



This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online.

It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover.

Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you.

Usage guidelines

Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying.

We also ask that you:

- + *Make non-commercial use of the files* We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for personal, non-commercial purposes.
- + *Refrain from automated querying* Do not send automated queries of any sort to Google's system: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.
- + *Maintain attribution* The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.
- + *Keep it legal* Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe.

About Google Book Search

Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at <http://books.google.com/>



A propos de ce livre

Ceci est une copie numérique d'un ouvrage conservé depuis des générations dans les rayonnages d'une bibliothèque avant d'être numérisé avec précaution par Google dans le cadre d'un projet visant à permettre aux internautes de découvrir l'ensemble du patrimoine littéraire mondial en ligne.

Ce livre étant relativement ancien, il n'est plus protégé par la loi sur les droits d'auteur et appartient à présent au domaine public. L'expression "appartenir au domaine public" signifie que le livre en question n'a jamais été soumis aux droits d'auteur ou que ses droits légaux sont arrivés à expiration. Les conditions requises pour qu'un livre tombe dans le domaine public peuvent varier d'un pays à l'autre. Les livres libres de droit sont autant de liens avec le passé. Ils sont les témoins de la richesse de notre histoire, de notre patrimoine culturel et de la connaissance humaine et sont trop souvent difficilement accessibles au public.

Les notes de bas de page et autres annotations en marge du texte présentes dans le volume original sont reprises dans ce fichier, comme un souvenir du long chemin parcouru par l'ouvrage depuis la maison d'édition en passant par la bibliothèque pour finalement se retrouver entre vos mains.

Consignes d'utilisation

Google est fier de travailler en partenariat avec des bibliothèques à la numérisation des ouvrages appartenant au domaine public et de les rendre ainsi accessibles à tous. Ces livres sont en effet la propriété de tous et de toutes et nous sommes tout simplement les gardiens de ce patrimoine. Il s'agit toutefois d'un projet coûteux. Par conséquent et en vue de poursuivre la diffusion de ces ressources inépuisables, nous avons pris les dispositions nécessaires afin de prévenir les éventuels abus auxquels pourraient se livrer des sites marchands tiers, notamment en instaurant des contraintes techniques relatives aux requêtes automatisées.

Nous vous demandons également de:

- + *Ne pas utiliser les fichiers à des fins commerciales* Nous avons conçu le programme Google Recherche de Livres à l'usage des particuliers. Nous vous demandons donc d'utiliser uniquement ces fichiers à des fins personnelles. Ils ne sauraient en effet être employés dans un quelconque but commercial.
- + *Ne pas procéder à des requêtes automatisées* N'envoyez aucune requête automatisée quelle qu'elle soit au système Google. Si vous effectuez des recherches concernant les logiciels de traduction, la reconnaissance optique de caractères ou tout autre domaine nécessitant de disposer d'importantes quantités de texte, n'hésitez pas à nous contacter. Nous encourageons pour la réalisation de ce type de travaux l'utilisation des ouvrages et documents appartenant au domaine public et serions heureux de vous être utile.
- + *Ne pas supprimer l'attribution* Le filigrane Google contenu dans chaque fichier est indispensable pour informer les internautes de notre projet et leur permettre d'accéder à davantage de documents par l'intermédiaire du Programme Google Recherche de Livres. Ne le supprimez en aucun cas.
- + *Rester dans la légalité* Quelle que soit l'utilisation que vous comptez faire des fichiers, n'oubliez pas qu'il est de votre responsabilité de veiller à respecter la loi. Si un ouvrage appartient au domaine public américain, n'en déduisez pas pour autant qu'il en va de même dans les autres pays. La durée légale des droits d'auteur d'un livre varie d'un pays à l'autre. Nous ne sommes donc pas en mesure de répertorier les ouvrages dont l'utilisation est autorisée et ceux dont elle ne l'est pas. Ne croyez pas que le simple fait d'afficher un livre sur Google Recherche de Livres signifie que celui-ci peut être utilisé de quelque façon que ce soit dans le monde entier. La condamnation à laquelle vous vous exposeriez en cas de violation des droits d'auteur peut être sévère.

À propos du service Google Recherche de Livres

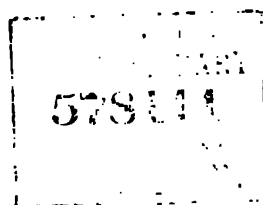
En favorisant la recherche et l'accès à un nombre croissant de livres disponibles dans de nombreuses langues, dont le français, Google souhaite contribuer à promouvoir la diversité culturelle grâce à Google Recherche de Livres. En effet, le Programme Google Recherche de Livres permet aux internautes de découvrir le patrimoine littéraire mondial, tout en aidant les auteurs et les éditeurs à élargir leur public. Vous pouvez effectuer des recherches en ligne dans le texte intégral de cet ouvrage à l'adresse <http://books.google.com>

MÉMOIRES
DE LA
SOCIÉTÉ DE PHYSIQUE
ET
D'HISTOIRE NATURELLE
DE GENÈVE

MÉMOIRES
DE LA
SOCIÉTÉ DE PHYSIQUE
ET
D'HISTOIRE NATURELLE
DE GENÈVE

Tome vingt-neuvième.

GENÈVE
IMPRIMERIE CHARLES SCHUCHARDT
RUE DE LA PÉLISSERIE, 18
—
1884—1887



MÉMOIRES
DE LA
SOCIÉTÉ DE PHYSIQUE
ET
D'HISTOIRE NATURELLE
DE GENÈVE

trouvé dans votre président sortant de charge une incompétence qui l'empêche d'en faire dignement ressortir toute la portée et toute l'importance, il lui sera du moins permis de vous signaler que la partie la plus douce de sa tâche a été de la terminer sans remplir le devoir douloureux de compléter son rapport par quelque article nécrologique.



BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE

Liste des ouvrages reçus par la Société pendant l'année 1884.

Titres.	Donateurs.
Compte rendu des travaux présentés à la 66 ^{me} session de la Société helvétique des Sciences naturelles réunie à Zurich en 1883. 8° Genève, 1883	Société helvétique des Sc. naturelles.
Verhandlungen der schweizerischen naturforschenden Gesellschaft in Zürich. 66. Jahresversammlung. Jahresbericht 1882-83. 8° Zürich, 1883	
Nouveaux Mémoires de la Société helvétique des Sciences naturelles. Vol. XXIX, livraison 1. 4° Zurich, 1883	
Verhandlungen der naturforschenden Gesellschaft in Basel. VII. Theil. Heft 2 und Anhang. 8° Basel, 1884	Société des Sciences naturelles de Bâle.
Mittheilungen der naturforschenden Gesellschaft in Bern. Nos 1018-1091. 8° Bern, 1882-84	
Bulletin de la Société fribourgeoise des Sciences naturelles. 3 ^{me} et 4 ^{me} année. Compte rendu 1881-83. 8° Fribourg, 1884	Société des Sciences naturelles de Berne.
Bulletin des travaux de la Société botanique de Genève pendant les années 1881-83. III. 8° Genève, 1884	
Nouvelle Industrie. Mémoire pour le concours ouvert par le Comité de l'Exposition nationale. 8° Genève, 1884	Société fribourgeoise des Sciences naturelles.
Bulletin de la Société vaudoise des Sciences naturelles, 2 ^{me} série, vol. XIX, nos 89, 90. 8° Lausanne, 1883-84	
Le Grand Saint-Bernard. Nos 1-5. Folio Neuchâtel, 1884	Association des Fabric. et March. de Bijouter., etc.
Mittheilungen der ostschweizerischen Geograph.-commerc. Gesellschaft in St-Gallen. 1884. 1 ^{re} Heft. 8° St-Gallen, 1884	
Mittheilungen der Thurgauischen naturforschenden Gesellschaft 6. Heft. 8° Frauenfeld, 1884	Société vaudoise des Sc. naturelles.
Travaux et Mémoires du Bureau international des Poids et Mesures. Tome III. 4° Paris, 1884	

XVIII

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

- Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences de Paris.
Tome XCVII, n° 27 et tables; XCVIII, nos 1-26 et tables;
XCIX, nos 1-26. 4° Paris, 1884 } Académie des Sciences
de Paris.
- Annales des Mines. Tome IV, 4^{me}, 5^{me}, 6^{me} livraisons de 1883;
t. V, 1^{re}, 2^{me}, 3^{me} livraisons de 1884; t. VI, 4^{me} livraison
de 1884. 8° Paris, 1883-84 } École des Mines.
- Nouvelles Archives du Muséum d'Histoire naturelle. 2^{me} série.
Tome VI, 2^{me} fasc. 4° Paris, 1884 } Muséum d'Hist. naturelle
de Paris.
- Annales de la Société entomologique de France. 6^{me} série. T. III.
(1883). 8° Paris, 1883-84 } Société entomologique de
France.
- Bulletin de la Société de Géographie de Paris. 1884. Trimestres
1-4. 8° Paris, 1884 } Société de Géographie de
Paris.
- Compte rendu des séances. 1884, nos 1-19. 8° Paris, 1884 }
- Bulletin de la Société géologique de France. 3^{me} série. Tome IX
(1881), n° 7; X (1882), n° 7; XI (1883), n° 8; XII (1884),
nos 1-7. 8° Paris, 1883-84 } Société géologique de
France.
- Revue savoisiennne. 24^{me} année (1883), n° 12, titre et tables;
25^{me} année (1884), nos 1-11. 4° Annecy, 1883-84 } Société Florimontane.
- Académie des Sciences, Belles-Lettres et Arts de Savoie. *Docu-
ments*. Tome V. 8° Chambéry, 1883 } Académie de Savoie.
- Actes de la Société Linnéenne de Bordeaux. Tome XXXVI (4^{me}
série, tome VI). 8° Bordeaux, 1882 } Société Linnéenne de Bor-
deaux.
- Mémoires de la Société des Sciences phys. et nat. de Bordeaux.
T. V, 3^{me} cahier (dernier) et Appendice au t. V. 8°. Bordeaux, 1883 } Société des Sc. phys. et
nat. de Bordeaux.
- Bulletin de la Société de Géographie commerciale de Bordeaux.
1884. Nos 1-14, 18. 8° Bordeaux, 1884 } Société de Géogr. com-
merciale de Bordeaux.
- Mémoires de l'Académie des Sciences, Belles-Lettres et Arts de
Lyon. Classe des Sciences. Vol. XXVI. 8° Lyon, 1883-84 } Académie des Sc., Belles-
Lettres et Arts de Lyon.
- Annales de la Société d'Agriculture, Histoire naturelle et Arts
utiles de Lyon. 5^{me} série. Tome V (1882). 8° Lyon, 1883 } Société d'Agricult., etc.,
de Lyon.
- Mémoires de l'Académie de Stanislas, 1883. cxxxiv^{me} année.
5^{me} série. T. I. 8° Nancy, 1884 } Académie de Stanislas.
- Mémoires de l'Académie des Inscriptions et Belles-Lettres de
Toulouse. 8^{me} série. T. V, 1^{er} et 2^{me} semestres. 8°. Toulouse, 1883 } Académie de Toulouse.
- Memorias del Instituto geografico y estadistico. Tomes I-IV.
8° Madrid, 1875-83 } Institut géogr. et statisti-
que d'Espagne.
- Discursos leídos en el Ateneo científico, literario y artístico de
Madrid. 8° Madrid, 1884 }
- Curso de Ciencias Naturales. 2 cahiers. 8° Madrid, 1883 }
- Curso de Historia Universal. 8° Madrid, 1883 } Athénée scientifique, lit-
téraire et artistique de
Madrid.
- Catalogo de las Obras existentes en la Biblioteca del Ateneo cien-
tífico. 8° Madrid, 1873 }
- El Ateneo de Madrid en el Centenario de Calderon. 8°.. Madrid, 1881 }
- Marquès de Molins. Discurso pronunciad en el Ateneo científico
(el 18 nov. 1874). 8° Madrid, 1874 }

- Naam en Zaakregister op de Versl. en Mededeel. — Afd. Letterkunde. 2^{me} sér. Vol. I–XII. 8^o..... Amsterdam, 1883 } Académie Royale d'Amsterdam.
- Processen-Verbaal van de gewone Vergaderingen d. k. Akad. van Wet. — Afd. Natuurkunde. Mai 1882—avril 1883. 8^o..... Amsterdam, 1882–83 }
- Jaarboek van de k. Akad. van Wet. voor 1882. 8^o. Amsterdam, 1882 }
- Bijdragen tot de Dierkunde. Livr. 10. Folio..... Amsterdam, 1884 }
- Nederlandsche Tijdschrift voor de Dierkunde. Jahrg. V Afleev. 1. 8^o..... Amsterdam, 1884 } Société zoologique d'Amsterdam.
- Archives du Musée Teyler. Série 2. Vol. I, 4^{me} partie; vol. II, 1^{re} partie. 8^o..... Harlem, 1883–84 } Fondation Teyler.
- Natuurkundige Verhandelingen van de Hollandsche Maatschappij d. Wetenschappen. 3^{de} Verz. Deel IV. 3^{de} Stuck. 4^o. Haarlem, 1883 }
- Archives néerlandaises des Sciences exactes et naturelles. T. XVIII, livr. 2–5; XIX livr. 1–3. 8^o..... Harlem, 1883–84 } Société hollandaise des Sciences.
- Annales de la Société entomologique de Belgique. Tome XXVII. 8^o..... Bruxelles, 1883 } Société entomologique de Belgique.
- Annales de l'Observatoire R. de Bruxelles. Nouvelle série. Annales astronomiques. Tome V, fasc. 1, 2. 4^o..... Bruxelles, 1884 } Observatoire Royal de Bruxelles.
- Publications de l'Institut Royal Grand-Ducal de Luxembourg (Section des Sc. Nat. et Mathém.). Tome XIX. 8^o. Luxembourg, 1883 } Institut Royal Grand-Ducal de Luxembourg.
- Proceedings of the Royal Institution of Great Britain. Vol. X, part 2 (n^o 76); part 3 (n^o 77). 8^o..... London, 1883 } Institution Royale de la Grande-Bretagne.
- Report of the Fifty second Meeting of the British Association for the Advancement of Science held at Southampton in Aug. 1882. 8^o..... London, 1883 } Association britannique pour l'avancement des Sciences.
- Philosophical Transactions. Vol. 174, parts II et III. 4^o. London, 1883–84 }
- Proceedings of the Royal Society, n^o 227 (vol. XXXV); n^{os} 228–231 (vol. XXXVI). 8^o..... London, 1883–84 } Société Roy. de Londres.
- List of Fellows. 30 Nov. 1883. 4^o..... London, 1883 }
- Astronomical and Magnetical and Meteorological Observations made at the R. Observatory, Greenwich, in the year 1881. 4^o..... London, 1883 } Amirauté anglaise.
- Memoirs of the R. Astronomical Society. Vol. XLVII (1882–83). 4^o..... London, 1883 }
- Monthly Notices. Vol. XLIV, n^{os} 2–9 (supplem. number); XLV, n^o 1. 8^o..... London, 1883–84 } Société astronomique de Londres.
- Transactions of the Entomological Society of London for 1883. 8^o..... London, 1883 }
- Proceedings of the Royal Geographical Society and Monthly Record of Geography. Vol. V, n^{os} 2–12; VI, n^o 1. 8^o..... London, 1883–84 } Société Royale de Géographie de Londres.
- Quarterly Journal of the Geol. Soc., n^{os} 153–156. 8^o. London, 1883–84 }
- List. 8^o..... London, 1883 } Société géologique de Londres.
- Nature. N^{os} 740–792. 8^o..... London, 1884 } Rédaction.

- Transactions of the Linnean Society of London. 2^d series. Zoology.
 Vol. II, parts 9, 10; III, part 1. 4^o.....London. 1883-84
 Id. Botany. Vol. II, parts 6, 7. 4^o.....London, 1884
 Journal of the Linnean Society. Zoology. Vol. XVII, nos 101, 102.
 8^o.....London, 1883-84
 Id. Botany. Vol. XX, nos 130, 131; XXI, n^o 132, 133. 8^o.London, 1884
 Proceedings. From Nov. 1882 to June 1883. 8^o.....London, 1883
 List of the Linnean Society. Oct. 1883. 8^o.....London, 1883
 Journal of the R. Microscopical Society. Ser. II. Vol. IV, parts 1-6.
 8^o.....London, 1884
 List of Fellows 1884. 8^o.....London, 1884
 Proceedings of the Zoological Society of London for 1883. part 4.
 8^o.....London, 1884
 Catalogue of the Library. Supplement. Additions to Aug. 30.
 1883. 8^o.....London, 1883
 Proceedings of the Birmingham Philosophical Society. Vol. III,
 parts I, II; vol. IV, part I. 8^o.....Birmingham, 1881-84
 G.-G. Stokes. Mathematical and Physical Papers. Vol. II.
 8^o.....Cambridge, 1883
 Royal Society of Edinburgh. List of Members, etc., at November
 1883. 4^o.....Edinburgh, 1883
 The Scientific Transactions of the Royal Dublin Society (Ser. II).
 Vol. I, nos 20-25; III, nos 1-3. 4^o.....Dublin 1882-84
 The Scientific Proceedings. New ser. Vol. III, parts VI, VII;
 vol. IV, parts I-IV. 8^o.....Dublin, 1882-84
 Mémoires de l'Académie Royale de Copenhague. 6^{me} série. Vol. I,
 nos 9, 10; vol. II, n^o 6. 4^o.....Copenhague, 1884
 Bulletin de l'Académie. 1883, n^o 3 (dernier); 1884, nos 1, 2.
 8^o.....Copenhague, 1883-84
 Entomologisk Tijdskrift. 4^{me} année (1883), nos 1-4; 5^{me} année
 (1884), nos 1, 2. 8^o.....Stockholm, 1883-84
 Nova Acta Regiæ Societatis Scientiarum Upsaliensis. Ser. tertîæ.
 Vol. XII, fasc. 1. 4^o.....Upsaliæ, 1884
 Forhandlinger i Videnskabs-Selskabet i Christiania. Années 1879-
 1882. 8^o.....Christiania, 1880-83
 Archiv for Mathematik og Naturvidenskab. Vol. III. Tillægshæfte;
 vol. IV, 2, 3, 4; vol. V-VII; VIII, 1, 2. 8^o.....Christiania. 1878-83
 Nyt Magazin for Naturvidenskaberne. Vol. XXIV, H. 4; vol. XXV-
 XXVII; vol. XXVIII, H. 1. 8^o.....Christiania, 1879-83
 Sophus Lie. Classification der Flächen, etc. 4^o.....Christiania, 1879
 G.-O. Sars. Carcinologiske Bidrag til Norges Fauna. I. Mysider.
 Tredie Hefte. 4^o.....Christiania, 1879
 Th. Hiortdahl. Krystallographisk - Chemiske Undersøgelser.
 4^o.....Christiania, 1881
- Société Linnéenne de
Londres.
 Société R. de Microscopie
de Londres.
 Société zoologique de
Londres.
 Société philosophique de
Birmingham.
 Syndics of the Cambridge
University Press.
 Société Royale d'Édim-
bourg.
 Société Royale de Dublin.
 Académie Royale de Co-
penhague.
 Société entomologique de
Stockholm.
 Société R. des Sciences
d'Upsal.
 Académie Royale de Nor-
wège.

- Hans-H. Reusch.* Silurfossiler og pressede Konglomerater i Bergenskiffrene. Gr. 8°. Christiania, 1882
- W.-C. Brogger.* Die Silurischen Etagen 2 und 3 im Kristianiagebiet, etc. Gr. 8°. Christiania, 1882
- S. Laache.* Die Anämie. 8°. Christiania, 1883
- H. Siebke* (Edit. a J. Sparre Schneider). Enumeratio Insectorum Norvegicorum. Fasc. 5. Catal. Hymenopterorum. Pars I. 8°. Christiania, 1880
- Fortegnelse over den Tilvæxt, som det Kgl. Frederik Universitets, Bibliotek har erholdt i Aarene 1880-81. 4°. Christiania, 1883
- Norges officielle Statistik udgiven i aaret 1877. B n° 3; C n° 5. Id. 1878. B n° 3; C n° 3 a, 3 b; D n° 2. Id. 1879. A n° 1; B n° 1; C n° 3 a, 3 b, 8. Id. 1880. A n° 1; A n° 2; B n° 1 (deux fascicules), n° 2, n° 3; C n° 1. 4°. Christiania, 1877-80
- Norges officielle Statistik. Ny Række udgiven i Aaret 1880. D n° 2. Id. 1882. B n° 1; C n° 1. Id. 1883. A n° 1; B n° 1. 8°. Christiania, 1880-83
- Statistiske Opgaver vedkommende det Norske Postvæsen for Aaret 1879. 4°. Christiania, 1880
- Mémoires de l'Académie imp. des Sciences de St-Pétersbourg. VII^{me} série. Tome XXXI, nos 9-16 (dernier); tome XXXII, nos 1-3. 4°. St-Pétersbourg, 1883-84
- Bulletin. Tome XXIX, nos 1-3. 4°. St-Pétersbourg, 1883-84
- Annalen des physikalischen Central-Observatoriums. Jahrg. 1882. Th. I, II. 4°. St-Pétersbourg, 1883
- Repertorium für Meteorologie. Bd. VIII. 4°. St.-Pétersbourg, 1883
- Bulletin de la Commission polaire internationale. Livraisons 5, 6. 4°. St-Pétersbourg, 1884
- Archiv für die Naturkunde Liv.- Ehst.- und Kurlands, 2^{te} serie. (Biolog. Naturk.) Bd. IX. Liēt. 5. 8°. Dorpat, 1884
- Sitzungsberichte der naturforschenden Gesellschaft bei der Universität Dorpat. Bd. VI, H. 3. 8°. Dorpat, 1884
- Meteorologische Beobachtungen angestellt in Dorpat im Jahr. 1877, 1878, 1879, 1880. 8°. Dorpat, 1884
- Acta Societatis Scientiarum Fennicæ. Tomus XIII. 4°. Helsingfors, 1884
- (Efversigt af Finska Vetenskaps-Societetens Förhandlingar. XXV, (1882-83). 8°. Helsingfors, 1883
- Nouveaux Mémoires de la Société impériale des Naturalistes de Moscou. Tome XV (XXI), livraison 1. 4°. Moscou, 1884
- Bulletin. Année 1883, nos 2, 3, 4; 1884, n° 1. 8°. Moscou, 1883-84
- B.-E. Bachmetieff.* Meteorologische Beobachtungen. Beilage zum Bulletin de Moscou. Tome LX. 8°. Moscou, 1884

Académie Royale de Norwége.

Académie Impériale de St-Pétersbourg.

Observatoire physiq. central de Russie.

Commission polaire internationale.

Société des Naturalistes de Dorpat.

Société des Sciences de Finlande.

Société des Naturalistes de Moscou.

- Jahresberichte des naturwissenschaftlichen Vereins in Elberfeld. Sechstes Heft. 8°.....Elberfeld, 1884 } Société d'Histoire naturelle d'Elberfeld.
- Abhandlungen herausgegeben von der Senckenbergischen naturforschenden Gesellschaft. Bd. XIII, H. 3, 4. 8°. Frankfurt a/M., 1884 } Société Senckenbergienne.
- Bericht über die Senck. Naturf. Ges. 1882-83. 8°. Frankfurt a/M., 1883
- Berichte über die Verhandlungen der Naturforschenden Gesellschaft zu Freiburg i. B. Bd. VIII, H. II. 8°...Freiburg i. B., 1884 } Société des Sciences nat. de Fribourgen Brisgau.
- Bulletin de la Société industrielle de Mulhouse. 1884, janvier à octobre et supplément de janvier 8°.....Mulhouse, 1884 } Société industrielle de Mulhouse.
- A. Rosenstiel. Les premiers éléments de la science de la couleur. 8°.....Mulhouse, 1884
- Jahreshefte des Vereins für vaterländische Naturkunde in Württemberg. 40. Jahrgang. 8°.....Stuttgart, 1884 } Société des Sciences nat. du Wurtemberg.
- Abhandlungen der Mathem.-Physikal. Cl. der K. bayerischen Akademie der Wissenschaften. Bd. XIV, Abthl. 3; XV, Abthl. 1. 4°.....München, 1883-84
- Sitzungsberichte der Math.-Phys. Cl. 1883, II. III; 1884, H. I, II, III. 8°.....München, 1884 } Académie des Sciences de Bavière.
- Ludwig Radlkofer. Ueber die Methoden in der botanischen Systematik. 4°.....München, 1883
- K. Haushofer. Franz von Kobell. Eine Denkschrift. 4°. München, 1884
- Carl Kupffer. Gedächtnissrede auf Theodor L.-W. von Bischoff 4°.....München, 1884
- Sitzungsberichte der physikalischen-medizinischen Gesellschaft zu Würzburg. Jahrg. 1883. 8°.....Würzburg, 1883 } Société physico-médicale de Wurzburg.
- Denkschriften der k. Akademie der Wissenschaften. Bd. 45, 46. 4°.....Wien, 1882-83
- Sitzungsberichte. Mathem.-naturw. Classe. 1^{ste} Abtheil., Bd 86, H. I-V; 87, H. I-VII. 8°.....Wien, 1882-83 } Académie Impér. des Sc. de Vienne.
- 2^{te} Abtheil., Bd 86, H. II-V; 87, H. I-V. 8°.....Wien, 1882-83
- 3^{te} Abtheil., Bd 86, H. III-V; 87, H. I-III. 8°.....Wien, 1882-83
- Jahrbuch der k. k. geologischen Reichsanstalt. Jahrg. 1883 (XXXIII. Bd) n° 4; 1884 (XXXIV, Bd) nos 1-3. 8°. Wien, 1883-84 } Institut géologique d'Autriche.
- Verhandlungen. 1883, nos 10-18; 1884, nos 1-12. 8°. Wien, 1883-84
- Verhandlungen der k. k. zoolog.-botanischen Gesellschaft in Wien. Jahrg. 1883. Bd XXXIII. 8°.....Wien, 1884 } Société zoologique-botanique de Vienne.
- Id. Beiheft zu Bd XXXIII 8°.....Wien, 1883
- Mittheilungen der k.-k. geographischen Gesellschaft in Wien. 1883. Bd XXVI (N. F. XVI). 8°.....Wien, 1883 } Société de Géographie de Vienne.
- Astronomische, magnetische und meteorologische Beobachtungen an der k. k. Sternwarte zu Prag im 1883. 8°.....Prag, 1884 } Observatoire de Prague.
- Mathematische und naturwissenschaftliche Berichte aus Ungarn. Bd. I (Oct. 1882-Juin 1883). 8°.....Budapest, 1882-83 } Académie Hongroise.
- Értekezések a Matematikai Tudományok Köréből. Vol. X, nos I-IV, VI-VIII. 8°.....Budapest, 1883-84

- Értekezések a Természettudományok Köréből. Vol. XIII, nos I-IX,
 XI, XIII, XV; vol. XIV, n° 1. 8°. Budapest, 1883-84 } Académie Hongroise.
 Ungarische Revue. 1883, Hefte IV-X. 1884, H. I-VII. 8°. 1883-84 }
 Proceedings and Transactions of the Royal Society of Canada for
 the years 1882 and 1883. Vol. I. 4°. Montréal, 1883 } Société Royale du Canada.
 Proceedings of the Canadian Institute. Vol. I. Fasc. 4. 8°. Toronto, 1883 } Institut Canadien.
 Third Report of the U. S. Entomological Commission relating to
 the Rocky Mountain Locust, etc. 8°. Washington, 1883 } Département de l'Inté-
 Compendium of the tenth Census of the U. S. Parts 1, 2.
 8°. Washington, 1883 } rieur des États-Unis.
 Second Annual Report of the U. S. Geological Survey 1880-
 1881. 4°. Washington, 1882 }
 Bulletin of the U. S. Geol. Survey. N° 1. 8°. Washington, 1883 } Geological Survey des
 Twelfth Annual Report of the U. S. Geol. and Geogr. Survey of
 the Territories for the year 1878. Parts I and II (with ten
 Sheets of Maps and Panoramas). 8°. Washington, 1883 } États-Unis.
 Monographs of the U. S. Geol. Survey. Vol. II. 4°. Washington, 1882 }
 Smithsonian Miscellaneous Collections. XXII-XXVIII. 8°. }
 Washington, 1882-83 } Institution Smithsonianne.
 Annual Report of the Board of Regents of the Smithsonian Insti-
 tution for 1881. 8°. Washington, 1883 }
 Proceedings of the American Association for the Advancement of
 Science. 11th (1858), 28th (1880), 31th (1883) Meetings. 8°. } Association américaine pr
 Cambridge et Salem, 1858, 1880, 1883 } l'avancement des Scien-
 ces.
 Bulletin of the Philosophical Society of Washington. Vol. VI. 8°. } Société philosophique de
 Washington, 1884 } Washington.
 Annals of the New-York Academy of Sciences. Vol. II, nos 10-13.
 8°. New-York, 1882-83 } Académie des Sciences
 Transactions. Vol. I. Titre et tables. Vol. II, nos 1-8. 8°. } de New-York.
 New-York, 1881-83 }
 Bulletin of the Buffalo Society of Natural Sciences. Vol. IV, n° 4.
 8°. Buffalo, 1883 } Société des Sciences nat.
 Transactions of the Connecticut Academy of Arts and Sciences. } de Buffalo.
 Vol. VI, part I. 8°. New-Haven, 1884 } Académie des Arts et des
 American Journal of Science, nos 157-168. 8°. New-Haven, 1884 } Scienc. du Connecticut.
 Proceedings of the American Academy of Arts and Sciences. } Rédaction.
 New series. Vol. X (whole series XVIII). 8°. Boston, 1883 } Académie américaine des
 Arts et des Sciences.
 Memoirs of the Boston Society of Natural History. Vol. III, nos 6,
 7. 4°. Boston, 1883 } Société d'Histoire natu-
 Proceedings. Vol. XXI, part 4; XXII, part 1. 8°. Boston, 1883 } relle de Boston.
 Memoirs of the Museum of Comparative Zoology at Harvard College.
 Vol. VIII, n° 3; vol. IX, n° 3; vol. X, n° 1; vol. XII, XIII. 4°. } Musée de Zoologie com-
 Cambridge et Boston, 1883-84 } parée de Harvard Col-
 lege.

- Bulletin. Vol. X, nos 2, 3, 4; vol. XI, nos 5-10. 8°. Cambridge, Mass., 1883-84 } Musée de Zoologie comparée de Harvard College.
- Annual Report of the Museum of Comp. Zool. for 1883-1884. 8°. Cambridge, Mass., 1884 }
- Annals of the Astronomical Observatory at Harvard College. Vol. XIV, part 1. 4°. Cambridge, Mass., 1883 } Observatoire de Harvard College.
- Edward C. Pickering*. Thirty-eighth Annual Report of the Director of the Astronomical Observatory of Harvard College. 8°. Cambridge, Mass., 1884 }
- Bulletin of the Essex Institute. Vol. XIV. 8°. Salem, 1882 }
- Pocket Guide to Salem, Mass. 1883. In-36. Salem, 1883 }
- The North Shore of Massachusetts Bay. 6th edition. In-12. Salem, s. d. } Institut de l'Essex.
- Plummer Hall, its Libraries, its Collections, its historical Associations. In-12. Salem, 1882 }
- Proceedings of the Academy of Natural Sciences of Philadelphia. 1883, parts 2, 3 (June-Oct.); 1884, parts 1, 2. 8°. Philadelphia, 1883-84 } Académie des Sciences de Philadelphie.
- Transactions of the American Philosophical Society. Vol. XVI (n. s.) part 1. 4°. Philadelphia, 1883 } Société philosophique américaine.
- Proceedings. Vol. XX, n° 113; XXI, n° 114. 8°. Philadelphia, 1883-84 }
- Geology of Wisconsin. Survey of 1873-79. Vol. I et vol. IV, 8°, avec atlas grand in-folio. Madison, 1882-83 } État de Wisconsin.
- Bulletin of the California Academy of Sciences. N° 1. Febr. 1884. 8°. San Francisco, 1884 } Académie des Sciences de Californie.
- Anales del Ministerio de Fomento de la Republica Mexicana. Tomo VII. 8°. Mexico, 1882 } Ministère de Fomento du Mexique.
- Annales de l'Observatoire impérial de Rio de Janeiro. Tome II. Observations et Mémoires. 1882. 4°. Rio de Janeiro, 1883 } Observatoire impérial de Rio de Janeiro.
- Bulletin astronomique et météorologique. 1881, sept.; 1883, nos 10, 11, 12. 4°. Rio de Janeiro, 1881-83 }
- Actas de la Academia Nacional de Ciencias en Cordoba. Tomo V, fasc. 1. Gr. 4°. Buenos-Ayres, 1884 } Académie nationale des Sciences de Cordoba.
- Boletin de la Academia nacional. Tome V, fasc. 4; tome VI, fasc. 1, 2, 3. 8°. Buenos-Ayres, 1883-84 }
- Memoirs of the Geological Survey of India. Vol. XIX, parts 2, 3, 4; vol. XX, parts 1, 2. 8°. Calcutta, 1882-83 }
- Records of the Geol. Survey. Vol. XV, part 4; XVI, parts 1-4; XVII, parts 1-4. 8°. Calcutta, 1882-83 } Commission géologique de l'Inde.
- Palæontologia indica. Ser. X, vol. II, parts 4, 6; vol. III, p. 1. — Ser. XII, vol. IV, p. 1. — Ser. XIII, I, IV, fasc. 1, 2. — Ser. XIV, vol. I, 3 (fasc. III); id. vol. I, part 4. Folio. Calcutta, 1882-84 }

- Felix Platen*. Recherches expérimentales sur les mouvements
respiratoires des insectes. 2^e partie. 4^e Bruxelles. 1884
- M. Goumont* in *Journal japonais*. 4^e Morlaix. 1884
- E. Percey* et *Les Jura géologiques*. 4^e Genève. 1884
- Dr. Hermann Roon*. Zur Kenntnis der Augentasse und deren
Entwickelungsmethode. 4^e Berlin. 1883
- Sam. H. Scudder*. A Contribution to our Knowledge of Paleozoic
Arachnida. 4^e S. l. n. d.
- M.* The carboniferous insects of Great Britain. 4^e Boston. 1883
- M.* Two new and diverse types of carboniferous Myriapods, etc.
4^e Boston. 1884
- M.* Fossil insects from the Rocky Mountains. 4^e New Haven. 1884
- L. Sorel*. Sur la couleur de l'eau. 4^e Paris. 1884
- Maurice Sèveus*. Note sur la tentative inconnue du *Liparis*
parvulus. 4^e Bruxelles. 1884
- L. Weyers* et *A. Escalloume de Bore*. Sur la *Ceriodia mari-*
tima. Dejeu. 4^e Bruxelles. 1884
- Rud. Witt*. Astronomische Mittheilungen. N^o LXI. LXII.
4^e Basel. 1884
- M.* Notes zur schwarzer Kintargeschichte. 352 (Fortsetzung).
4^e S. l. n. d.
- S. Wiesner*. Sur la température d'ébullition de l'oxygène, de
l'azote, etc. 4^e Paris. 1884

Dons des auteurs

TABLEAU DES MEMBRES

DE LA

SOCIÉTÉ DE PHYSIQUE ET D'HISTOIRE NATURELLE

DE GENÈVE

Au 1^{er} Octobre 1885.



MEMBRES ORDINAIRES RÉSIDANT A GENÈVE

RANGÉS PAR ORDRE D'ADMISSION

Date de leur
réception

- 1825 MM. *Daniel* COLLADON, professeur de mécanique.
1828 *Alphonse* DE CANDOLLE, professeur de botanique.
— *Jean-Etienne* DUBY, pasteur, botaniste.
1830 *Henri-Clermont* LOMBARD, docteur-médecin.
1838 *Paul* CHAIX, géographe.
1841 *Charles* CELLÉRIER, professeur de mécanique.
— *Alphonse* FAVRE, professeur de géologie.
1842 *Jean-Charles* MARIGNAC, professeur de chimie.
— *Philippe* PLANTAMOUR, chimiste.
1849 *Élie* WARTMANN, professeur de physique.
1853 *Henri* DE SAUSSURE, entomologiste.
— *Émile* GAUTIER, astronome.
1854 *Louis* SORET, professeur de physique.
— *Marc* THURY, professeur de botanique.

TOME XXIX.

v

1864-1870
1871-1884

- 1864 WM. Louis DUBOIS, à Lausanne.
 — Charles LEBEL, à Grenoble.
 — MATHIAS BERTHELOT, à Paris.
 1866 Emile DE CAULNY, à Paris.
 1869 F. PLATTNER, à Gland.
 — Ed. HUGENBACH, à Bâle.
 1870 Albert FALSAZ, à Lyon.
 — Ernest CHANTREL, à Lyon.
 — Auguste HIRSCH, à Neuchâtel.
 — Pierre BLASERNA, à Rome.
 1872 W. KUHN, à Heidelberg.
 — Samuel-H. SCHODDER, à Beson.
 1874 Fernand-Aug. FUREL, à Morges.
 — A. GARNIER, à Paris.
 1875 Charles MATHIEU, à Paris.
 — J.-Norman LOCKYER, à Londres.
 1876 Eugène RENEVIER, à Lausanne.
 — Louis RUTIMEYER, à Bâle.
 — F.-W. HAYDEN, à Washington.
 1879 Samuel-P. LANGLEY, à Allegheny (Pennsylvanie).
 1880 C. IBARRA, general, à Madrid.
 — Henri-Aug.-Ed.-Alphonse FAYE, à Paris.
 — E. MAYO, general, à Florence.
 — Th. von OPPOLZER, à Vienne.
 — Charles FRIEDEL, à Paris.
 — Alexandre AGASSIZ, à Cambridge (Massachusetts).
 1881 Lorenzo RESPICHI, à Rome.
 1882 L.-H.-F. MEUSENS, à Bruxelles.
 1883 Louis COLTON, à Neuchâtel.
 — Theodore DE HELDREICH, à Athènes.
 — Henri DUFOUR, à Lausanne.
 1884 Sigismund DE WROBLEWSKY, à Cracovie.
 — L. GAILLETET, à Paris.

Date de leur
réception1884 MM. *Albert HEIM*, à Zurich.— *K.-Ed. CRAMER*, à Zurich.— *Robert BILLWILLER*, à Zurich.— *Charles DUFOUR*, à Morges.

4° ASSOCIÉS LIBRES

1860 MM. *Gustave ROCHETTE*.— *Théodore DE SAUSSURE*.— *Victor GAUTIER*.— *Amédée LULLIN*.— *Auguste BROT*.— *Louis LULLIN*.— *Georges SARASIN*.— *Alexandre MORICAND*.— *François GAS*.— *Théodore VERNES*.1861 *Victor DUNANT*.1863 *Emile NAVILLE*.1864 *James ODIER*.1866 *Théodore AUDÉOUD*.1867 *Charles MALLET*.1870 *Georges PREVOST*.1871 *Henri BARBEY*.1872 *Agénor BOISSIER*.— *Ernest DE TRAZ*.— *Alexandre MARTIN*.— *Lucien DE CANDOLLE*.1873 *Edouard DES GOUTTES*.— *Henri HENTSCH*.1874 *Edouard FATIO*.1875 *Henri PASTEUR*.

Date de leur
réception1876 MM. *Georges* MIRABAUD.— *Constant* PACCARD.— *Charles* GOLAZ.— *William* FAVRE.— *Emile* PICTET.— *Charles* RIGAUD.1877 *Ernest* COVELLE.— *Domaine* ROUX.1879 *Emile* BOISSIER.— *Henri* BOUTHILLIER DE BEAUMONT.— *Auguste* PREVOST.1881 *Henri* SALADIN.

M É M O I R E S
DE LA
SOCIÉTÉ DE PHYSIQUE ET D'HISTOIRE NATURELLE DE GENÈVE
TOME XXIX. — N° 1.

LE SYSTÈME DE SATURNE



DÉTERMINATION
DES DIMENSIONS ET DES ANNEAUX DE LA PLANÈTE
DES ORBITES DE SIX SATELLITES ET DE LA MASSE DE SATURNE
D'APRÈS DES OBSERVATIONS FAITES A GENÈVE AVEC L'ÉQUATORIAL PLANTAMOUR PENDANT
L'OPPOSITION DE 1881

Précédée d'une description détaillée de l'instrument, par M. le professeur Thury.

PAR
M. Wilhelm MEYER, D. Ph.
Ancien astronome-adjoint à l'Observatoire de Genève.

GENÈVE
IMPRIMERIE CHARLES SCHUCHARDT
1884

Date.	Instant.	Objet.	Lecture.	Différence.	Oculaire.	Image.	Remarques.
1881							
Octobre 18..	1 53	<i>b</i>	4 ^h 11.18		450	2	
		<i>b</i>	5 44.35	93.17			
	2 5	<i>c</i>	5 27.97				
		<i>c</i>	4 27.82	60.15			
		<i>e</i>	4 37.27	1			
		<i>e</i>	5 18.54	41.27			Le ciel se couvre.
	21..	<i>b</i>	5 44.53		350	2	J'observe à travers le brouillard.
		<i>b</i>	4 10.98	93.55			Image faible mais tranquille.
	0 49	<i>c</i>	4 27.46				
		<i>c</i>	5 28.18	60.72			
	0 55	<i>e</i>	5 18.24				
		<i>e</i>	4 37.24	41.00			
	1 2	<i>h</i>	4 44.60				
		<i>h</i>	5 10.76	26.16			
	1 8	<i>g</i>	5 10.94				
		<i>g</i>	4 44.56	26.38			
	1 20	<i>a</i>	158°42'				
		<i>a</i>	337 30				
	1 27	<i>f</i>	4 ^h 39.06				
		<i>f</i>	5 16.18	37.12			
» 26..	2 40	<i>b</i>	4 10.84		350	4	Nuages. Image très faible.
		<i>b</i>	5 44.98	94.14			
Novembre 3..	1 38	<i>a</i>	157°49'		450	2	Ciel brumeux.
		<i>a</i>	338 33				
	1 48	<i>b</i>	5 ^h 45.09				
		<i>b</i>	4 10.67	94.42			
	1 56	<i>c</i>	4 27.94				
		<i>c</i>	5 27.68	59.74			
	2 3	<i>k</i>	5 22.31				
		<i>k</i>	4 33.87	48.44			
	2 10	<i>e</i>	4 36.95				
		<i>e</i>	5 18.67	41.72			
	2 20	<i>h</i>	5 10.82				
		<i>h</i>	4 44.70	26.12			
	2 28	<i>g</i>	4 44.76				
		<i>g</i>	5 11.26	26.50			
	2 35	<i>f</i>	5 17.00				
		<i>f</i>	4 39.44	37.56			
	2 42	<i>d</i>	4 43.54				
		<i>d</i>	5 12.44	28.90			
	4 4	<i>b</i>	5 44.86		450	2	
		<i>b</i>	4 10.92	93.94			
» 4..	4 14	<i>c</i>	4 27.58				
		<i>c</i>	5 28.42	60.84			
	4 20	<i>e</i>	5 18.92				
		<i>e</i>	4 37.00	41.92			
	4 27	<i>h</i>	4 44.72				
		<i>h</i>	5 11.03	26.31			
	4 34	<i>g</i>	5 11.18				
		<i>g</i>	4 44.76	26.42			

Date.	Instant.	Objet.	Lecture.	Différence.	Oculaire.	Image.	Remarque.
1881							
Novembre 7.	3 45 ^m	i	4 17.78				
		i	5 38.15	80.37			
	3 50	k	5 22.62				
		k	4 33.62	49.00			
» 12.	1 50	b	5 44.44		450	2	
		b	4 11.00	93.44			
	1 56	c	4 27.74				
		c	5 28.50	60.76			
	2 1	e	5 18.92				
		e	4 37.56	41.36			
	2 6	h	4 45.00				
		h	5 10.98	25.98			
	2 11	g	5 11.70				
		g	4 45.10	26.60			
	2 16	f	5 17.36				
		f	4 39.38	37.98			Le ciel se couvre.
» 13.	1 57	b	5 45.34		450	3—4	
		b	4 11.16	94.18			
	2 2	c	4 27.84				
		c	5 28.46	60.62			
	2 7	e	5 18.68				
		e	4 37.32	41.36			
	2 11	h	4 44.92				
		h	5 11.32	26.40			
	2 16	g	5 11.44				
		g	4 44.86	26.58			
	2 21	f	5 17.28				
		f	4 39.22	38.06			
» 18.	1 34	b	4 11.76		450	2	
		b	5 44.64	92.88			
	1 42	c	5 28.64				
		c	4 27.54	61.10			
	1 48	e	4 37.18				
		e	5 18.90	41.72			
	1 53	h	5 11.24				
		h	4 44.84	26.40			
	2 0	g	4 44.94				
		g	5 11.40	26.46			
	2 6	f	5 17.34				
		f	4 39.31	38.03			
» 22.	3 14	b	4 11.74		450	1—2	
		b	5 44.98	93.24			
	3 20	c	5 28.18				
		c	4 28.08	60.10			
	2 26	k	4 33.60				
		k	5 22.62	49.02			
	2 31	e	5 18.78				
		e	4 37.78	41.00			
	3 37	h	4 45.66				
		h	5 11.12	25.46			

Rhée (suite).



Titan (suite).

Japetus (suite).

R

XX

L la longitude moyenne;
 μ le mouvement moyen du satellite;
 e l'excentricité de son orbite;
 a'' son demi-grand axe, exprimé en arc de grand cercle et vu d'une distance moyenne de Saturne à la Terre;
 (Δ) cette distance moyenne.
 Nous avons d'abord :

$$\begin{array}{lll} x = \Delta \cos \alpha \cos \delta & x_1 = \Delta_1 \cos \alpha_1 \cos \delta_1 & \xi = r \cos a \cos d \\ y = \Delta \sin \alpha \cos \delta & y_1 = \Delta_1 \sin \alpha_1 \cos \delta_1 & \eta = r \sin a \cos d \\ z = \Delta \sin \delta & z_1 = \Delta_1 \sin \delta_1 & \zeta = r \sin d \end{array}$$

En exprimant les coordonnées du satellite vues du centre de Saturne en fonction des éléments de son orbite, les trois équations suivantes ont lieu en même temps :

$$\begin{aligned} \xi &= r [\cos u \cos N - \sin u \sin N \cos J] \\ \eta &= r [\cos u \sin N + \sin u \cos N \cos J] \\ \zeta &= r \sin u \sin J \end{aligned}$$

et nous avons par conséquent les trois équations fondamentales :

$$\left. \begin{aligned} \Delta_1 \cos \alpha_1 \cos \delta_1 &= \Delta \cos \alpha \cos \delta + r [\cos u \cos N - \sin u \sin N \cos J] \\ \Delta_1 \sin \alpha_1 \cos \delta_1 &= \Delta \sin \alpha \cos \delta + r [\cos u \sin N + \sin u \cos N \cos J] \\ \Delta_1 \sin \delta_1 &= \Delta \sin \delta + r \sin u \sin J \end{aligned} \right\} \dots \dots (I)$$

Les deux premières de ces équations se transforment facilement dans les suivantes :

$$\left. \begin{aligned} \Delta_1 \cos (\alpha_1 - \alpha) \cos \delta_1 &= \Delta \cos \delta + r [\sin u \sin (\alpha - N) \cos J + \cos u \cos (\alpha - N)] \\ \Delta_1 \sin (\alpha_1 - \alpha) \cos \delta_1 &= r [\sin u \cos (\alpha - N) \cos J - \cos u \sin (\alpha - N)] \end{aligned} \right\} \dots (II)$$

Il en résulte donc :

$$\tan (\alpha_1 - \alpha) \cos \delta = \frac{r [\sin u \cos (\alpha - N) \cos J - \cos u \sin (\alpha - N)]}{\Delta + r [\sin u \sin (\alpha - N) \cos J + \cos u \cos (\alpha - N)]}$$

Il faut ici remarquer que r est exprimé en unités de Δ et Δ_1 . Ordinairement

Formules pour le calcul de l'éphéméride d'un satellite.

$$\begin{aligned}
 L &= L_0 + \mu (t - t_0) \\
 M &= L - \pi = E - e \sin E \\
 \operatorname{tang} \frac{1}{2} v &= \operatorname{tg} \frac{1}{2} E \sqrt{\frac{1+e}{1-e}} \\
 l &= v + \pi; u = l - N \\
 r &= 1 - e \cos E \\
 \sin f \cos F &= \cos (\alpha - N) \cos J \\
 \sin f \sin F &= -\sin (\alpha - N) \\
 \sin g \cos G &= \cos \delta \sin J - \sin \delta \cos J \sin (\alpha - N) \\
 \sin g \sin G &= -\sin \delta \cos (\alpha - N) \\
 f_1 &= \frac{(\Delta)}{\Delta} a'' \sin f & g_1 &= \frac{(\Delta)}{\Delta} a'' \sin g \\
 F_1 &= F - N & G_1 &= G - N \\
 (x'') &= r f_1 \sin (F_1 + l) \\
 (y'') &= r g_1 \sin (G_1 + l) \\
 \gamma &= (x'') \sin l'' \cotang (F_1 + l) \\
 x'' &= (x'') (1 - \gamma) \\
 y'' &= (y'') (1 - \gamma)
 \end{aligned}$$

Pour chercher d'après un ensemble d'observations les corrections des éléments employés pour le calcul de l'éphéméride, je me suis servi des mêmes quotients différentiels que Bessel avait adoptés pour son travail déjà cité. Je les reproduis ici.

Quotients différentiels.

$$\begin{aligned}
 a &= \frac{dx''}{dL_0} = \frac{f_1}{\sqrt{1-ee}} \left\{ \cos (F_1 + l) + e \cos (F_1 + \pi) \right\} \\
 b &= \frac{dx''}{ed\pi} = \frac{-f_1}{\sqrt{1-ee}} \left\{ \cos (F_1 + l) \left[\cos E \sqrt{1-ee} + \frac{e}{1 + \sqrt{1-ee}} \right] + \cos (F_1 + \pi) \right\} \\
 c &= \frac{dx''}{de} = \frac{f_1}{\sqrt{1-ee}} \left\{ \cos (F_1 + l) \sin E - \sin (F_1 + \pi) \sqrt{1-ee} \right\} \\
 d &= \frac{dx''}{da''} = \frac{x''}{a''}
 \end{aligned}$$

nouvelle incertitude dans le calcul de l'orbite. J'ai donc renoncé à une nouvelle approximation.

La correction du moyen mouvement μ se fera plus tard en même temps que celle des autres satellites. Les quantités x_0 et y_0 , dans le tableau des positions réduites d'Encelade du chapitre précédent, sont les différences d'ascension droite et de déclinaison d'après l'orbite corrigée; elles sont suivies de leurs différences avec les valeurs observées.

Téthys.

Éléments provisoires.

$$t_0 = 1880 \text{ octobre } 27.0$$

$$L_0 = 310^\circ 30'$$

$$\mu = 190^\circ.69812$$

$$a'' = 42''.5$$

$$e'' = 0.015$$

$$\pi = 230^\circ$$

De ces suppositions résultent les deux tableaux suivants du mouvement moyen et de l'équation du centre.

$$\begin{aligned}
 x &= 2.30371 \, dL_0 \\
 y &= 2.41741 \, e \, d\pi \\
 z &= 2.56851 \, de \\
 t &= 0.07419 \, da \\
 u &= 2.31283 \, \sin i \, dn \\
 w &= 2.28523 \, di \\
 v &= 1''.64
 \end{aligned}$$

Les équations de condition obtenues par ces valeurs conduisent aux

Equations normales :

$$\begin{aligned}
 +13.005 \, x &+ 0.566 \, y + 3.508 \, z - 0.094 \, t - 5.518 \, u - 2.110 \, w = -7.674 \\
 + 0.566 \, x &+ 11.732 \, y + 8.493 \, z - 2.427 \, t + 1.237 \, u + 0.940 \, w = -3.727 \\
 + 3.508 \, x &+ 8.493 \, y + 12.719 \, z - 2.100 \, t - 1.616 \, u - 0.159 \, w = -3.109 \\
 - 0.094 \, x &- 2.427 \, y - 2.100 \, z + 10.336 \, t - 2.327 \, u + 2.394 \, w = +0.850 \\
 - 5.518 \, x &+ 1.237 \, y - 1.616 \, z - 2.327 \, t + 12.197 \, u + 0.321 \, w = +3.983 \\
 - 2.110 \, x &+ 0.940 \, y - 0.159 \, z + 2.394 \, t + 0.321 \, u + 9.691 \, w = +2.411
 \end{aligned}$$

dont voici les inconnues avec leurs erreurs moyennes :

$x = -0.5425$	$dL_0 = -0^\circ 15' 12''$	$\varepsilon L_0 = \pm 0^\circ 1' 53''$
$y = -0.5253$	$d\pi = -6^\circ 19' 14''$	$\varepsilon \pi = \pm 1^\circ 4' 25''$
$z = +0.2808$	$de = +0.001244$	$\varepsilon e = \pm 0.000387$
$t = +0.0074$	$da'' = +0''.01023$	$\varepsilon a'' = \pm 0''.0972$
$u = +0.1683$	$dn = +0^\circ 9' 57''$	$\varepsilon n = \pm 0^\circ 4' 6''$
$w = +0.1788$	$di = +0^\circ 5' 14''$	$\varepsilon i = \pm 0^\circ 2' 4''$
		$\varepsilon v = \pm 0''.340$

Il en résulte les

Eléments corrigés :

$$\begin{aligned}
 t_0 &= 1881 \text{ octobre } 26.0 \\
 L_0 &= 121^\circ 26' 16'' \\
 a'' &= 176''.9102 \\
 e &= 0.029869 \\
 \pi &= 270^\circ 40' 46'' \\
 n &= 168^\circ 9' 35'' \\
 i &= 27^\circ 38' 49'' \\
 N &= 123^\circ 55' 56'' \\
 J &= 6^\circ 35' 22''
 \end{aligned}$$

L'inclinaison de l'orbite de Japet étant très différente de celles des autres orbites du système, les quantités employées pour le calcul des autres satellites et qui se rapportent au plan de projection, sur lequel nous voyons le mouvement des satellites, ne pouvaient pas être utilisées pour Japet. Les valeurs de f, g, F, G , sont donc calculées à part et directement pour les instants des observations de ce satellite. Je m'abstiens de les reproduire ici.

Les facteurs d'homogénéité introduits sont :

$$\begin{aligned}x &= 2.75358 \, dL_0 \\y &= 2.97108 \, d\pi \\z &= 2.94128 \, de \\t &= 0.03825 \, da'' \\u &= 2.73940 \, \sin i \, dn \\w &= 2.75260 \, di \\v &= 3''.08\end{aligned}$$

Les équations de condition qui s'en déduisent fournissent les

Equations normales :

$$\begin{array}{rcccccccc}+9.990 \, x & +1.304 \, y & -3.993 \, z & +1.386 \, t & -3.564 \, u & -0.847 \, w & = & -5.011 \\+1.304 \, x & +7.860 \, y & -7.686 \, z & +3.460 \, t & +0.889 \, u & +0.626 \, w & = & -3.057 \\-3.993 \, x & -7.686 \, y & +11.579 \, z & -4.342 \, t & +2.096 \, u & +1.116 \, w & = & +4.483 \\+1.386 \, x & +3.460 \, y & -4.342 \, z & +8.333 \, t & -0.434 \, u & +2.530 \, w & = & -1.512 \\-3.564 \, x & +0.889 \, y & +2.096 \, z & -0.434 \, t & +7.570 \, u & +1.122 \, w & = & +2.283 \\-0.847 \, x & +0.626 \, y & +1.116 \, z & +2.530 \, t & +1.122 \, u & +9.698 \, w & = & -0.941\end{array}$$

Il en résulte les inconnues et leurs erreurs moyennes :

$$\begin{array}{lll}x = -0.4051 & dL_0 = -0^\circ 7'34'' & \varepsilon L_0 = \pm 0^\circ 1'41'' \\y = -0.2935 & d\pi = -1^\circ 54'53'' & \varepsilon \pi = \pm 1^\circ 10'48'' \\z = +0.0825 & de = +0.0002909 & \varepsilon e = \pm 0.000560 \\t = +0.1102 & da'' = +0''.3108 & \varepsilon a'' = \pm 0''.2890 \\u = +0.4537 & dn = +0^\circ 7'27'' & \varepsilon n = \pm 0^\circ 6'45'' \\w = -0.1695 & di = -0^\circ 3'10'' & \varepsilon i = \pm 0^\circ 1'39'' \\& & \varepsilon v = \pm 0''.758\end{array}$$

et par conséquent les

Dans un numéro des *Monthly Notices*, de novembre 1883, M. Hall de Washington a donné un résumé très condensé de ses recherches sur l'orbite de Japet d'après l'ensemble des observations de Washington faites dans les années 1875, 1876 et 1877. M. Hall ne donne que son résultat sur la distance et le mouvement moyen. Il trouve par 128 observations du satellite : $\alpha'' = 515.''522$, donc de $0.''811$ plus grand que moi, et de $1.''15$ plus fort que le résultat de Tisserand qu'il avait trouvé par les observations de Hall faites en 1874. Le résultat de Hall mérite certainement la plus grande confiance, et doit être placé avant tous les autres.

$$\begin{aligned} + 151.700 x + 27.242 y &= - 42.809 \\ + 27.242 x + 22.205 y &= + 17.644 \end{aligned}$$

et leur résolution donne

$$\begin{aligned} x &= - 0.5449 \pm 0.5433 \\ y &= + 1.463 \pm 1.419 \end{aligned}$$

et par conséquent

$$\begin{aligned} M &= 0.000286889 \\ m &= 0.000000146 \end{aligned}$$

les deux quantités étant exprimées en fractions de la masse du soleil. M est la somme de la masse de Saturne et de l'anneau, c'est-à-dire la valeur telle qu'elle doit être introduite dans les calculs de perturbations du système planétaire. L'inverse de cette quantité est :

$$\frac{1}{M} = 3485.67$$

La masse de l'anneau enfin, exprimée en parties de la masse de Saturne, devient d'après les chiffres précédents

$$m = \frac{1}{1960}$$

enfin la masse de Saturne seul, sans l'anneau, valeur réciproque = 3487.45.

La masse m ici trouvée est très inférieure à celle résultant des recherches de Bessel, qui est adoptée assez généralement jusqu'à présent. Cette dernière est déterminée par le mouvement du péricornium de l'orbite de Titan, et sa valeur est $\frac{1}{418}$ à $\frac{1}{419}$. Il faut bien avouer que l'incertitude de la détermination de y , c'est-à-dire de m , par le procédé et les résultats numériques dont je viens de me servir, est presque aussi grande que la valeur elle-même, de sorte que celle-ci ne mérite pas

Dans ce tableau, où le méridien adopté est celui de Greenwich :

E est l'époque moyenne à laquelle toutes les valeurs qui suivent sont rapportées;

L_0 la longitude moyenne du satellite dans son orbite pour cette époque, à l'instant où la lumière part de la planète;

T le temps de la révolution sidérale du satellite;

μ le mouvement moyen tropique dans un jour moyen;

a'' le demi-grand axe, vu de la distance 9.5389 ;

a ce même élément exprimé en rayons de l'équateur de la planète;

a_c le demi-grand axe, comme il résulte du calcul d'après la troisième loi de Kepler, en partant de l'orbite de Titan ;

e l'excentricité de l'orbite;

π la longitude du péri saturnium ;

N la longitude du nœud sur l'équateur terrestre ;

J l'inclinaison de l'orbite sur ce même plan ;

n la longitude du nœud comptée sur l'écliptique ;

i l'inclinaison de l'orbite sur ce dernier plan.

La variation séculaire du péri saturnium de Titan est d'après les observations directes, dans une année julienne :

$$d\pi = + 1811''.5$$

et la même variation pour le nœud :

$$dn = + 35''.084$$

les deux quantités étant entendues comme valeurs tropiques et apparentes.

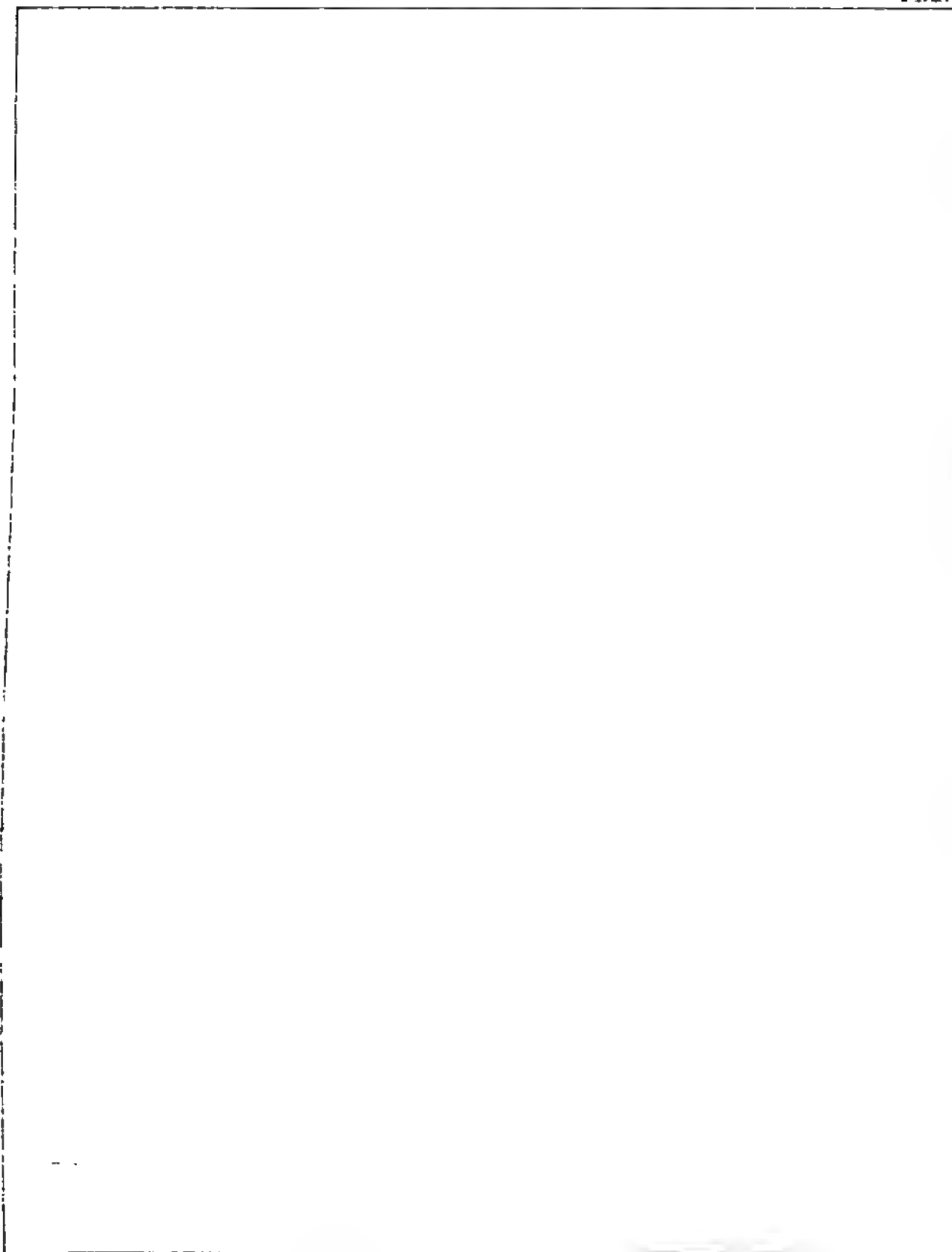
La valeur réciproque de la masse de Saturne, exprimée en unités de la masse du soleil est

$$3482.5$$

Pages.

61. Nov. 7.	La lecture pour d est 11.66.....	au lieu de 11.16
87. Sept. 4.	La lecture du tambour pour $23^h 13^m 0^s$ est 58.65.....	» 58.55
89. Oct. 16.	» » $22^h 52^m 25^s$ » 55.00.....	» 55.90
	y'' devient donc =11.35 et C—O (p. 136) =1.20.....	» 0.90
96. Sept. 29.	La lecture du tambour pour $22^h 42^m 50^s$ est 19.00.....	» 19.75
	x'' devient donc =13.24 et C—O (p. 137) =0.39.....	» 0.20
98. Oct. 17.	La lecture du tambour pour $23^h 23^m 35^s$ est 13.15.....	» 13.00
99. » 26.	» » $23^h 44^m 20^s$ » 58.30.....	» 58.40
100. Nov. 13.	» » $0^h 28^m 40^s$ » 50.05.....	» 50.95
	x'' devient donc =1.83 et C—O (p. 137) =0.31.....	» 0.09
101. Déc. 3.	La lecture du tambour pour $3^h 52^m 25^s$ est 25.35.....	» 24.83
	x'' devient donc =22.93 et C—O (p. 137) =—0.12.....	» 0.00
103. Août 25.	La lecture du tambour pour $0^h 55^m 35^s$ est 2.40.....	» 2.45
116. Nov. 7.	» » $1^h 2^m 10^s$ » 27.43.....	» 27.50
116. » 13.	» » $0^h 57^m 15^s$ » 40.05.....	» 40.45
	x'' devient donc =51.81 et C—O (p. 139) =0.30.....	» 0.40
118. Déc. 19.	La lecture du tambour pour $5^h 44^m 10^s$ est 9.15.....	» 8.95
	y'' devient donc =19.97 et C—O (p. 139) =0.27.....	» 0.32
120. Sept. 16.	La lecture du tambour pour $0^h 59^m 10^s$ est 43.25.....	» 43.55
120. Oct. 9.	» » $1^h 22^m 30^s$ » 0.05.....	» 0.50
	x'' devient donc =193.63 et C—O (p. 140) =0.49.....	» 0.60
126. Nov. 7.	La lecture du tambour est $7^h 12^m 70^s$	» 12.50

Pl. I.



WITH A HISTORY OF THE

THE NEW YORK
PUBLIC LIBRARY

ASTOR, LENOX AND
TILDEN FOUNDATIONS

AVERTISSEMENT

La Société de Physique et d'Histoire naturelle, dans sa séance du 4 octobre 1883, a nommé une Commission spéciale pour l'étude de la transparence des eaux du Lac de Genève et de diverses questions connexes.

Cette Commission est composée de MM. J.-L. Soret, président, Edouard Sarasin, secrétaire, Ph. Plantamour, L. De la Rive, C. de Candolle, H. Fol, Raoul Pictet, Alb. Rilliet et Ch. Soret.

Diverses expériences ont été entreprises avec l'aide de la Société auxiliaire des Sciences et des Arts qui a bien voulu consacrer à cet objet une allocation de Fr. 2500.

En outre la Commission s'occupe de rassembler, pour les publier, les travaux des membres de la Société de Physique relatifs aux eaux du Lac et d'en provoquer de nouveaux.

Les mémoires de M. Marignac et de MM. Fol et Dunant insérés dans le présent volume commencent la série de ces publications.

MÉMOIRES
DE LA
SOCIÉTÉ DE PHYSIQUE ET D'HISTOIRE NATURELLE DE GENÈVE
TOME XXIX. — N° 2.

RECHERCHES
SUR LA
PROPORTION DE MATIÈRE ORGANIQUE

CONTENUE
DANS L'EAU DU RHONE A SA SORTIE DU LAC LÉMAN
ET SUR SES VARIATIONS

PAR
M. C. MARIGNAC

GENÈVE
IMPRIMERIE CHARLES SCHUCHARDT
1884

2.7.00.

	Résidu fixe.	Permanganate.	Acide nitrique.
	g.	mg.	mg.
Vanne.	0,236	0,25	8,9
Dhuis	0,290	2,2	10,7
Canalisation générale.....	0,400	6,3	7,1

Comme on le voit, l'eau de la Vanne est surtout remarquable par l'absence presque totale de matières organiques.

L'eau de la Dhuis en renferme un peu plus que l'eau du Rhône, quant à celle de la canalisation générale, elle en contient 3,77 fois plus que le maximum que j'ai rencontré dans l'eau du Rhône.

M É M O I R E S
DE LA
SOCIÉTÉ DE PHYSIQUE ET D'HISTOIRE NATURELLE DE GENÈVE
TOME XXIX. — N° 3.

RECHERCHES
SUR LE
NOMBRE DES GERMES VIVANTS

QUE RENFERMENT
QUELQUES EAUX DE GENÈVE ET DES ENVIRONS

FAITES
AU PRINTEMPS DE L'ANNÉE 1884

PAR
HERMANN FOL
ET
PIERRE-LOUIS DUNANT

GENÈVE
LIBRAIRIE H. GEORG, RUE DE LA CORRATERIE
1884

GENÈVE. — IMPRIMERIE SCHUCHAROT.

4^{me} expérience (23 avril).

Le 23 avril on répète l'expérience du 12 avril pour comparer l'eau puisée dans le port près de la pierre à Nilton et l'eau puisée dans le Rhône près de la prise supérieure de la machine hydraulique à vapeur. 30 ballons sontensemencés comme précédemment avec chacune de ces deux eaux qui ont été recueillies à la surface. On trouve :

Port, Pierre à Nilton. . . . 1 mai 22 ballons purs 8 troubles.
13 » 15 » » 15 »

Rhône, prise supérieure. 1 mai 27 ballons purs 3 troubles.
13 » 17 » » 13 »

5^{me} expérience (26 avril).

Le 26 avril un essai comparatif est fait de l'eau du Rhône puisée à la prise supérieure de la machine, à 40 centimètres de profondeur, avec l'eau puisée dans le lac au large du phare, d'abord à la surface, puis à 2 $\frac{1}{2}$ mètres de profondeur. Ce jour il régnait un léger vent du nord. 40 ballons pour chacune de ces eaux sont ensemenés à $\frac{1}{100}$ de centimètre cube.

Lac surface. 1 mai 33 ballons purs 7 troubles.
13 » 19 » » 21 »
24 » 16 » » 24 »

Lac 2 $\frac{1}{2}$ mètres profondeur. 1 mai 23 ballons purs 17 troubles.
13 » 12 » » 28 »
24 » 7 » » 33 »

Rhône, prise supérieure 40^{cm} profondeur. 1 mai 25 ballons purs 15 troubles.
13 » 19 » » 21 »
24 » 9 » » 31 »

6^{me} expérience (14 mai).

Le 14 mai, par un vent violent du sud-est, une grande expérience est faite pour comparer huit espèces d'eau, dont sept recueillies dans les mêmes points que pour les expériences précédentes et la huitième dans le point le plus souillé du port, à l'angle du jardin anglais et du quai des Eaux-Vives. L'ensemencement pour obtenir des résultats très prompts et très accentués, est fait à dose excessive de 0,016 de centimètre cube pour la dernière espèce d'eau et de 0,032 pour toutes les autres. Pour chacune d'elles il est rempli 25 ballons.

<i>Arve non filtrée.</i>	16 mai	0 ballons purs	25 troubles.
<i>Arve filtrée.</i>	16 »	0 »	» 25 »
<i>Réservoir de la Bâtie.</i>	16 »	1 »	» 24 »
<i>Port, Pierre à Niton.</i>	16 »	1 »	» 24 »
<i>Port, angle jardin anglais.</i>	16 »	0 »	» 25 »
<i>Lac, surface hors des jetées.</i> . . .	16 »	6 »	» 19 »
	4 juin	4 »	» 21 »
<i>Lac profondeur, hors des jetées.</i>	16 mai	17 »	» 8 »
	21 »	14 »	» 11 »
	4 juin	12 »	» 13 »
<i>Rhône, prise supérieure.</i>	16 mai	7 »	» 18 »
	4 juin	5 »	» 20 »

7^{me} expérience (21 mai).

Le 21 mai a eu lieu, par un faible vent du nord, une expérience très semblable à celle du 14 mai, mais l'ensemencement n'a été fait qu'à 0,008 de centimètre cube, sauf pour les trois eaux puisées dans la pro-

fondeur du lac, présumées les plus pures d'après les résultats précédemment acquis et qui ont reçu 0,012 de centimètre cube. 25 ballons ont été remplis pour chacune des huit premières espèces d'eau, mais il n'en est plus resté que neuf disponibles pour l'eau de la borne fontaine de la promenade des Bastions.

<i>Arve non filtrée</i>	24 mai	3 ballons purs	22 troubles.
	4 juin	2 » »	23 »
	16 »	0 » »	25 »
<i>Arve filtrée</i>	24 mai	5 ballons purs	20 troubles.
	4 juin	4 » »	21 »
	16 »	1 » »	24 »
<i>Réservoir de la Bâtie</i>	24 mai	16 ballons purs	9 troubles.
	4 juin	4 » »	21 »
	16 »	2 » »	23 »
<i>Rhône, prise supérieure, 40^{cm} profondeur</i>	24 mai	21 ballons purs	4 troubles.
	4 juin	11 » »	14 »
	16 »	10 » »	15 »
<i>Lac surface, large du phare</i>	24 mai	14 ballons purs	11 troubles.
	4 juin	9 » »	16 »
	16 »	7 » »	18 »
<i>Lac, 2^m profondeur (à 0,03)</i>	24 mai	19 ballons purs	6 »
	4 juin	15 » »	10 »
	16 »	10 » »	15 »
<i>Lac 2^m 1/2 prof. (à 0,03) après agitation du fond avec la rame</i> .	24 mai	23 ballons purs	2 troubles.
	4 juin	18 » »	7 »
	16 »	12 » »	13 »
<i>Lac entre jetées 2^m 1/2 profondeur (à 0,03)</i>	24 mai	22 ballons purs	3 troubles.
	4 juin	20 » »	5 »
	16 »	13 » »	12 »
<i>Fontaine des Bastions (9 ballons seulement)</i>	24 mai	8 ballons purs	1 troubles.
	4 juin	7 » »	2 »
	16 »	3 » »	6 » (sur 9).

MÉMOIRES
DE LA
SOCIÉTÉ DE PHYSIQUE ET D'HISTOIRE NATURELLE DE GENÈVE
TOME XXIX. — N° 4.

CATALOGUE RAISONNÉ
DES
ÉCHINODERMES

RECUEILLIS PAR M. V. DE ROBILLARD A L'ILE MAURICE

PAR
P. DE LORIOU

II. STELLÉRIDES

GENÈVE
LIBRAIRIE H. GEORG, RUE DE LA CORRATERIE
1885

CATALOGUE RAISONNÉ
DES
ÉCHINODERMES

RECUEILLIS PAR M. V. DE ROBILLARD A L'ILE MAURICE

II. STELLÉRIDES

Dans le volume 28 de nos Mémoires, j'ai donné la première partie de ce catalogue, comprenant les Échinides, au nombre de trente-quatre espèces. Je viens le compléter maintenant par l'énumération des espèces de Stellérides envoyées par M. de Robillard, dont le nombre se monte à trente-cinq, en y comprenant une espèce décrite à la suite de la première partie. On peut ajouter ici la même observation qui a été faite à l'occasion des Échinides, c'est que, M. de Robillard ne possédant pas d'appareils de dragage, les trente-cinq espèces mentionnées ici ne comprennent que la faune littorale des Stellérides de l'île Maurice; les espèces des profondeurs qui, suivant toute apparence, augmenteraient encore beaucoup ce chiffre, sont encore inconnues.

Fig. 3. Bras d'un exemplaire de grande taille, de la même espèce, présentant quelques piquants bifurqués, de grandeur naturelle; *fig. 3 a*, plaque adambulacraire du même, vue de profil, avec deux pédicellaires; *fig. 3 b*, l'un de ces pédicellaires à l'état sec, grossi; *fig. 3 c*, piquant articulé de la face dorsale du même, grossi; *fig. 3 d*, support d'un piquant analogue, grossi; *fig. 3 e*, facette articulaire de l'un de ces piquants, grossie; *fig. 3 f*, piquant de la face ventrale du même, grossi; *fig. 3 g*, autre piquant de la face ventrale du même, à extrémité simple, grossi, vu sur l'une de ses faces, et *fig. 3 h*, sur l'autre; *fig. 3 i*, sommet plus grossi de l'un de ces piquants, pourvu de deux bourrelets lamelliformes.

ÉCHINASTER PURPUREUS (Gray), v. Martens.

SYNONYMIE.

<i>Asterias</i> sp.,	Savigny, 1804, Planches d'Échinodermes de l'Égypte, pl. IV, fig. 3.
<i>Othilia purpurea</i> ,	Gray, 1840, Synopsis of the gen. and sp. of the Class Hypostoma. Ann. and Mag. of nat. hist., série I, vol. VI, p. 282.
<i>Othilia luzonica</i> ,	Gray, 1840, Synopsis of the gen. and sp. of the Class Hypostoma. Ann. and Mag. of nat. hist., série I, vol. VI, p. 282.
<i>Echinaster fallax</i> ,	Müller et Troschel, 1842, System der Asteriden, p. 23.
<i>Echinaster sepositus</i> ,	Michelin, 1845, Essai d'une faune de l'île Maurice, p. 19 (Magasin de Zoologie, 1845).
<i>Echinaster purpureus</i> ,	v. Martens, 1867, Ueber ostasiatische Echinodermen, IV, Archiv für Naturgeschichte, 33 ^{me} année, p. 106.
<i>Echinaster fallax</i> ,	v. Martens, 1872, in v. d. Decken Reise in Africa, Seesterne und Seeigel, p. 130.
<i>Id.</i>	Ed. Perrier, 1875, Revision des Astérides du Museum, p. 106. (On trouvera dans cet ouvrage le reste de la synonymie.)
<i>Id.</i>	Möbius, 1880, Beiträge zur Meeresfauna der Insel Mauritius, p. 50.
<i>Id.</i>	Th. Studer, 1884, Verzeichniss der während der Reise der Gazelle ges. Asteriden, p. 25. Abhandl. d. Berliner Akademie, 1884.

L'Echinaster purpureus, espèce bien connue, très bien figurée dans l'ouvrage de Savigny, a été souvent envoyé par M. de Robillard, et il paraît abondant dans l'île Maurice. Les dimensions varient entre $R = 25$ mm. et $R = 80$ mm. Les bras sont souvent inégaux. Sur neuf échantillons, l'un a six bras, un autre quatre, les autres en ont cinq.

Il y a quelque confusion, me semble-t-il, dans les descriptions, au sujet des piquants ambulacraires. *L'Echinaster purpureus* bien développé, présente dans l'intérieur du

OPHIDIASTER CYLINDRICUS, Müller et Troschel (Lamk.).

Pl. XI, fig. 3, 4.

SYNONYMIE.

- Asterias cylindrica*, Lamarck, 1816, Animaux sans vertèbres, t. II, p. 255.
Dactylosaster cylindricus, Gray, 1840, Synopsis of the gen. and spec. of Hypostoma, Ann. and Mag. of nat. hist., série I, vol. VI, p. 283.
Ophidiaster cylindricus, Müller et Troschel, 1842, System der Asteriden, p. 33.
Id. Michelin, 1845, Essai d'une faune de l'île Maurice, p. 20 (Magasin de Zoologie, pour 1845).
Ophidiaster asperulus, Lütken, 1871, Bidrag til Kundskab om forsk. Søstjerne, III, Vidensk. Medd., 1871, p. 274, pl. V, f. 4.
Ophidiaster cylindricus, Perrier, 1876, Revision des Stellérîdes du Museum de Paris, p. 125.
 (Voir dans cet ouvrage la synonymie de l'espèce.)
Id. Möbius, 1880, Beiträge zur Meeresfauna der Insel Mauritius, p. 50.
Id. Th. Studer, 1884, Verzeichniss der w. der Reise der Gazelle ges. Asteriden, p. 30, Abh. der Berliner Akad., 1884.

DIMENSIONS.

Diamètre total de 62 mm. à 155 mm.
 Diamètre des bras, maximum 12
 Diamètre des bras relativement à leur longueur 5 fois à 7 $\frac{1}{2}$ fois.
 R = 30 mm. à 80 mm., R = 8 r. à 11 r.

Cinq bras (un seul exemplaire à six bras), cylindriques, toujours un peu étranglés à leur base. Ils sont formés de sept rangées de plaques triangulaires, ou plutôt largement cordiformes, légèrement imbriquées par la pointe et un peu renflées au milieu ; elles sont couvertes d'une granulation serrée, d'une finesse extrême, du milieu de laquelle se détache, sur la convexité, un groupe de granules notablement plus gros, plus ou moins nombreux, qui prennent l'aspect de petits tubercules. A l'extrémité de chaque bras se trouve une plaque convexe, renflée, de faible dimension, lisse et couronnée seulement de quelques gros granules ; à la face ventrale, de chaque côté des plaques adambulacraires, se trouve une série de plaques bien plus larges que hautes, ovales, transverses, imbriquées, plus étroites que les autres. Ces rangées de plaques sont

espèce, j'en possède un excellent échantillon des îles Viti, envoyé par le musée Godeffroy, par conséquent de la même localité et de la même source que le type de M. Lütken, et une comparaison très minutieuse ne m'a fait découvrir aucune différence de quelque importance.

C'est afin de faire mieux saisir cette association que j'ai donné une description détaillée de l'*O. cylindricus*, qui n'avait pas encore été faite.

Explication des figures.

Pl. XI. Fig. 3. Ophidiaster cylindricus, de grandeur naturelle; *fig. 3 a*, fragment d'un bras du même, grossi, les petits granules vus à travers le derme et indistincts; *fig. 3 b*, le même, vu sur la face ventrale, de grandeur naturelle; *fig. 3 c*, fragment de bras du même, vu sur la face ventrale et très grossi, les piquants internes des plaques adambulacraires de l'un des côtés du sillon se trouvent tout à fait renversés, ceux de l'autre côté sont droits; *fig. 3 d*, plaque madréporiforme du même, grossie; *fig. 3 e*, un piquant ambulacraire interne, avec son petit piquant accolé, très grossi; *fig. 3 f*, deux plaques adambulacraires grossies, vues de face, du côté du sillon.

Fig. 4. Un bras d'un individu de l'espèce qui, ayant séjourné au bord de la mer, a été un peu altéré et dépouillé entièrement du derme, de sorte qu'il s'est trouvé tout préparé pour étudier le squelette, grandeur naturelle; fig. 4 a, fragment de la face dorsale du même avec deux pédicellaires en sautoir, très grossi; *fig. 4 b*, fragment de la face ventrale du même, où les piquants ambulacraires sont restés adhérents, très grossi.

OPHIDIASTER PURPUREUS, Ed. Perrier.

Pl. XIV, fig. 3.

SYNONYMIE.

Ophidiaster purpureus, Ed. Perrier, 1869, Recherches sur les Pédicellaires, p. 61.

Id. Ed. Perrier, 1875, Revision des Stellérides du Museum de Paris, p. 127.

DIMENSIONS.

Longueur maximum du grand rayon, R	39 mm.
Longueur du petit rayon, r	4 ¹ / ₃
Diamètre et épaisseur des bras	7

Cette espèce doit être fort voisine de l'*Oph. pustulatus* (Linckia) de Martens, mais, d'après la description, ce dernier aurait deux rangées de piquants ambulacraires internes.

Explication des figures.

Pl. XIV. Fig. 3. *Ophidiaster purpureus*, de grandeur naturelle; fig. 3 a, le même vu en dessous, grossi; fig. 3 b, fragment de la face dorsale du bras, grossi, les granules très nombreux ne sont pas assez distincts; fig. 3 c, fragment très grossi de la face ventrale d'un bras, montrant les très nombreux pédicellaires; les piquants ambulacraires internes de l'un des côtés du sillon sont tout à fait renversés, le caractère écailleux des granules, qui est très distinct, n'est pas suffisamment rendu; fig. 3 d, deux plaques adambulacraires avec leurs piquants, vues de face du côté du sillon, malheureusement je me suis aperçu trop tard que le dessinateur avait oublié de les prendre dans un endroit où se trouvaient deux piquants accessoires au lieu d'un; fig. 3 e, orifice anal grossi; fig. 3 f, plaque madréporiforme grossie; fig. 3 g, plaque terminale d'un bras, grossie; fig. 3 h, pédicellaire tel qu'il apparaît dans un individu sec, grossi.

OPHIDIASTER ROBILLARDI, P. de Loriol, 1885.

Pl. XV, fig. 1-5.

DIMENSIONS.

Diamètre maximum du plus grand individu	30 mm.
Longueur maximum d'un bras	17
Son diamètre à sa base	4
Diamètre du disque dans le plus grand individu	6 1/2

Espèce constamment de petite taille et presque toujours irrégulière, ou en forme de comète.

Bras au nombre de cinq, toujours très inégaux, sauf un seul exemplaire qui est un peu plus régulier que les autres. Dans les individus qui ne sont pas des « comètes, » tantôt deux bras et tantôt trois bras sont sensiblement égaux, et deux ou trois sont beaucoup plus petits; parfois un bras paraît avoir été détaché, comme dans les *Linckia*, et, sur la cicatrice du disque, un nouveau bras est en voie de réintégration. Les bras sont relativement aplatis, peu bombés, notablement plus larges que hauts, assez

Cette espèce a été envisagée par M. de Martens comme étant le *Linckia typus* de Gray, et M. Perrier est de la même opinion. Müller et Troschel, par contre, envisagent le *Linckia typus* comme étant synonyme du *Linckia miliaris*, d'accord en cela avec Gray lui-même. Je me rattache à cette dernière interprétation, car Gray cite, pour son *Linckia typus*, la figure que Linck a donnée de son *Pent. miliaris*, qui ne peut laisser aucun doute ; du reste la courte diagnose de Gray ne donne rien de caractéristique ; il dit que la couleur de son espèce est « pale yellow » à l'état sec, ce qui ne convient ni au *L. multifora* ni au *L. miliaris*, et, enfin, il lui donne comme patrie la « Méditerranée, » ce qui est une erreur manifeste. Enfin il mentionne plus loin le *Linckia multifora*, Lamk. La confusion est donc complète. Gray ne parle pas de « comète » à l'occasion du *Linckia typus*, mais il mentionne cet état dans sa diagnose du *Linckia Leachii*, de « l'Ile Maurice, » qui est probablement une autre espèce, laquelle pourrait fort bien être, alors, le *L. multifora*.

Explication des figures.

- Pl. IX. Fig. 1. . . *Linckia multifora*, grand individu, de grandeur naturelle ; fig. 1 a, face ventrale d'un bras, grossie ; fig. 1 b, plaque madréporiforme, grossie ; fig. 1 c, pi-quants ambulacraires internes, grossis ; fig. 1 d, fragment de la face dorsale d'un bras, grossi.
- Fig. 2. . . Autre exemplaire assez régulier, vu sur la face ventrale, de grandeur naturelle.
- Fig. 3. . . Autre individu avec deux bras en voie de redintégration, de grandeur naturelle ; fig. 3 a, l'extrémité de l'un de ces bras, grossie.
- Fig. 4. . . Autre individu très irrégulier, de grandeur naturelle.
- Fig. 5. . . Autre exemplaire à six bras, de grandeur naturelle.
- Fig. 6. . . Autre individu à quatre bras, de grandeur naturelle.
- Fig. 7. . . Autre exemplaire à huit bras, de grandeur naturelle.
- Fig. 8. . . Autre exemplaire, de grandeur naturelle, à six bras, dont deux se dédoublent ; fig. 8 a, centre de la face ventrale du même, pour montrer les six sillons partant du péristome.
- Fig. 9, 10. Autres exemplaires en forme de « comète » de grandeur naturelle.
- Fig. 11. . . Autre exemplaire de grandeur naturelle, composé d'un bras détaché depuis peu de temps, à l'extrémité duquel quatre petits bras commencent à pousser ; fig. 11 a, le même, grossi, vu sur la face ventrale ; fig. 11 b, plaque madréporique du même, grossie.
- Fig. 12. . . Bras fraîchement détaché, de grandeur naturelle ; fig. 12 a, l'extrémité cicatrisée du même, grossie.

du *Sc. milleporellus*, Müller et Troschel, et qui appartiendrait à cette première espèce. Il pense que ce qui correspond à l'*Ast. milleporella*, par conséquent à l'espèce à laquelle appartiennent les individus de Maurice, c'est le *Sc. pistorius*, Müller et Troschel. La description du *Sc. pistorius*, de provenance inconnue, peut en effet se rapporter aussi parfaitement, à nos exemplaires, sauf en ce qui concerne la largeur des bras que j'ai toujours été $= 1 : 2$, au lieu d'être $= 1 : 2$. Je suis porté à croire que le *Sc. pistorius*, Müller et Troschel, le *Sc. milleporellus*, Müller et Troschel, et l'*Ast. milleporella*, Lamarek, constituent une seule et même espèce à laquelle appartiennent les individus de Maurice.

Quant au *Fromia monilis*, Perrier, auquel doit très probablement se rattacher le *Sc. milleporellus*, de Martens, il constitue une espèce distincte, mais à laquelle je ne vois pas pourquoi rapporter le *Sc. milleporellus*, Müller et Troschel, comme le veut M. Perrier, et comme le pense aussi M. Th. Studer.

Je n'ai que peu de chose à ajouter à la description que M. Perrier a donnée de notre espèce. L'orifice buccal est protégé par des piquants assez longs qui terminent les plaques buccales. Chacune de ces dernières porte, à son extrémité aiguë aborale, un long piquant aigu et recourbé, puis, sur chaque bord, deux autres piquants aigus, droits et assez espacés, enfin trois autres semblables, mais très rapprochés, vers l'extrémité adorale de la plaque.

Les bras, sur la face dorsale, sont, tantôt assez aplatis, tantôt plus ou moins fortement convexes.

Quelquefois, en dehors de la seconde rangée externe des piquants ambulacraires, on en voit une troisième moins développée, mais il arrive très souvent qu'on ne la distingue point. Les individus à six bras ne sont pas rares, ils ont ordinairement deux plaques madréporiques.

La plupart des individus, à l'état sec, sont d'un rouge orangé foncé, d'autres sont couleur lie de vin, d'autres jaunâtres.

J'ai sous les yeux des individus de la mer Rouge, et d'autres (dont un à quatre bras) des îles Viti et des îles Samoa qui sont absolument identiques à ceux de l'île Maurice.

Explication des figures.

Pl. XVI. Fig. 2. *Fromia milleporella*, individu à six bras, de grandeur naturelle; fig. 2 a, centre de la face inférieure du même, grossi; fig. 2 b, fragment de la face dorsale d'un bras, de grandeur naturelle.

Fig. 3. Autre individu de la même espèce, avec les bras un peu carénés, de grandeur naturelle.

Fig. 4. Pièce buccale d'un autre individu, vue de profil, grossie; fig. 4 a, la même pièce buccale, vue en dessous, grossie.

Scytaster variolatus, Müller et Troschel, 1842, System der Asteriden, p. 34.

Id. Ed. Perrier, 1875, Revision des Stellérîdes du Museum, p. 159.

(Voir dans cet ouvrage la synonymie de l'espèce, et y ajouter :)

Id. Michelin, 1845, Essai d'une faune de l'île Maurice, p. 21, Mag. de Zoologie pour 1847.

Id. Peters, 1852, Uebersicht der Seesterne von Mozambique, Monatsber. der Akademie zu Berlin, 1852, p. 178.

Id. Smith, 1879, Echinod. of the Isl. Rodrigues, Trans. Soc. R. of London, vol. CLXVIII, p. 566.

Id. Möbius, 1880, Beiträge zur Meeresfauna der Insel Mauritius, p. 50.

Id. J. Bell, 1884, Report on the Coll. made by H. M. S. Alert in the melanesian Seas, etc., p. 510.

Id. Th. Studer, 1884, Verzeichniss der während der Reise der Gazelle gesam. Asteriden, p. 30, Abh. der Berliner Akademie.

Cette espèce bien connue est abondante à l'île Maurice et des échantillons nombreux en ont été envoyés à diverses reprises. Dans le plus grand $R=80$ mm. $r=17$ mm., $r=5R$. La largeur des bras à la base égale 22 mm. Dans la moyenne des échantillons $R=50$ mm.

Le nombre des bras est très sujet à varier. J'ai dans ma collection trois exemplaires à quatre bras, un exemplaire à six bras, un peu cométiforme, l'un des bras étant notablement plus long que les cinq autres, un autre à six bras égaux, un autre à cinq bras, dans lequel l'un d'entre eux se bifurque à quelque distance du disque en deux bras égaux, un autre également à cinq bras dont l'un bifurque, au delà de la moitié de sa longueur, en deux bras dont l'un est bien plus petit que l'autre, et semble, au premier abord, greffé, deux autres enfin à sept bras ; dans l'un de ces derniers il y a deux plaques madréporiques, une seule dans tous les autres. Le nombre normal des bras est de cinq.

Aucun individu de l'île Maurice ne pourrait être rapporté au *Scytaster novæ Caledoniæ* de M. Perrier.

FROMIA MILLEPORELLA (Lamarck), Gray.

Pl. XVI, fig. 2-4.

SYNONYMIE.

Asterias milleporella, Lamarck, 1816, Description des animaux sans vertèbres, t. II, p. 564.

Explication des figures.

Pl. XV. Fig. 8. *Ferdina flavescens*, de grandeur naturelle; fig. 8 a, le même vu en dessous, de grandeur naturelle; fig. 8 b, fragment de la face ventrale, grossi, les piquants ambulacraires sont renversés, d'un côté du sillon; fig. 8 c, fragment de la face dorsale, pris dans une région où les pores sont relativement abondants, grossie.

GONIODISCUS SEBÆ, Müller et Troschel.

Pl. XV, fig. 6.

SYNONYMIE.

Goniodiscus Sebæ, Müller et Troschel, 1842, System der Asteriden, p. 58.

Id. Peters, 1852, Uebersicht der Seesterne von Mozambique, Monatsberichte der Akad. von Berlin, 1852, p. 178.

Id. v. Martens, 1866, Ueber ostasiatische Echinod., II, Archiv für Naturg., 1866, 32^{me} année, p. 86.

Hosea Sebæ, Gray, 1866, Synopsis of the Starfishes, p. 9.

Goniodiscus Sebæ, v. Martens, 1872, von d. Decken Reise, t. III, p. 130, Seesterne und Seeigel.

Goniaster Sebæ, Gray, 1872, List. of Echinod. coll. by M. Andrew in the Gulf of Suez, Ann. and Mag. nat. hist., 4^{me} série, vol. X, p. 118.

Goniodiscus Sebæ (*partim, descr. excl.*), Perrier, 1875, Revision des Stellérides du Museum de Paris, p. 230.

Goniodiscus Sebæ, Möbius, 1880, Beiträge zur Meeresfauna der Insel Mauritius, p. 50.

DIMENSIONS.

Diamètre total

61 mm. à 65 mm.

$r = 27 \text{ mm. } R = 35 \text{ mm.}$

Les individus envoyés de Maurice correspondent fort exactement à la bonne description de Müller et Troschel, et je n'ai aucun doute sur leur identité. Ainsi que je l'ai exposé ailleurs (*Recueil de zoologie suisse*, t. I, p. 638, pl. XXXV, fig. 1), c'est à tort que Müller et Troschel ont envisagé leur espèce comme se rapportant à la figure de Seba (t. III, pl. VI, fig. 7-8) qui représente le *Goniodiscus articulatus*, Linné; cette espèce diffère, entre autres, par un nombre de plaques marginales dorsales presque double, des bras bien plus détachés, etc. J'ai comparé les individus de

plus robustes ; le reste de la plaque porte de nombreux granules et, très souvent, un pédicellaire valvulaire de faible dimension.

L'orifice anal, presque central, est fermé par plusieurs valves fort étroites, et accompagné de deux petits tubercules coniques. La plaque madréporique, jaunâtre, est un peu renflée, avec des sillons assez écartés.

La couleur, à l'état sec, est un vert olivâtre sur la face dorsale, avec cinq taches jaunes dans les espaces interbrachiaux, comprenant les deux plaques marginales médianes et trois autres plaques dont une de la rangée la plus externe et deux de la voisine. La face ventrale est entièrement jaune.

Cette espèce n'était encore connue que des îles Philippines et des îles Fidji.

Explication des figures.

Pl. XVI. Fig. 1, 1 a. *Pentagonaster spinulosus*, de Maurice, de grandeur naturelle; fig. 1 b, fragment de la face dorsale, grossi; fig. 1 c, centre de la face ventrale, grossi; fig. 1 d, plaque marginale dorsale, grossie; fig. 1 e, plaque dorsale avec un pédicellaire, grossie; fig. 1 f, plaque marginale ventrale; fig. 1 g, bord du disque, grossi.

PENTACEROS BELLI, P. de Loriol, 1885.

Pl. XVI, fig. 5; pl. XVII, fig. 1, 2.

DIMENSIONS.

Diamètre total 72 mm. à 210 mm.

Dans un individu de taille moyenne :

$r = 41 \text{ mm.}$ $R = 92 \text{ mm.}$ $h = 40 \text{ mm.}$ $R = 2 \frac{1}{8} r.$

Bras au nombre de cinq, relativement courts, coniques, larges à la base, et très graduellement rétrécis, sans être acuminés à l'extrémité, ils sont très convexes, mais nullement carénés sur la face dorsale, et plats en dessous ; leur largeur, à leur base, égale à peu près leur hauteur. Le disque est élevé ; sa hauteur égale environ le petit rayon. La face dorsale est composée de plaques relativement petites, arrondies ou irrégulières, qui forment trois rangées de chaque côté de la série lophiale, avec quelques plaques supplémentaires dans les aires interbrachiales ; ces plaques sont toutes reliées par des trabécules, de manière à former un réseau à mailles grandes et inégales. Toutes

MÉMOIRES
DE LA
SOCIÉTÉ DE PHYSIQUE
ET
D'HISTOIRE NATURELLE
DE GENÈVE

INDEXED

MÉMOIRES
DE LA
SOCIÉTÉ DE PHYSIQUE
ET
D'HISTOIRE NATURELLE
DE GENÈVE

TOME XXIX. — SECONDE PARTIE

GENÈVE
IMPRIMERIE CHARLES SCHUCHARDT
RUE DE LA PÉLISSERIE, 18

1886—1887

RAPPORT
DU
PRÉSIDENT DE LA SOCIÉTÉ DE PHYSIQUE
ET
D'HISTOIRE NATURELLE DE GENÈVE
POUR
L'ANNÉE 1885
PAR
M. A. ACHARD

—

—

MESSIEURS,

Pendant l'année qui vient de s'écouler notre Société s'est augmentée de deux nouveaux membres ordinaires, dans la personne de M. A. Bolles-Lee, zoologiste, et de M. A. Kammermann, astronome adjoint à l'Observatoire de notre ville.

Elle a perdu, par démission pour cause de santé, deux de ses associés libres : M. Auguste Sautter de Beauregard, et M. François Gas, ancien bibliothécaire de la Ville de Genève.

Le premier est décédé à Tunis peu de temps après sa séparation d'avec nous.

Elle a perdu par décès trois de ses membres ordinaires, MM. Bizot,

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE

Liste des ouvrages reçus par la Société pendant les années 1885 et 1886.

Titres.	Donateurs.
Compte rendu des travaux présentés à la 67 ^{me} session de la Société helvétique des Sciences naturelles réunie à Lucerne en 1884. 8°.....Genève, 1884	
Verhandlungen der schweizerischen naturforschenden Gesellschaft in Luzern. 67 ^{te} Jahresversammlung. Jahresbericht 1883-84. 8°.....Luzern, 1884	
Nouveaux Mémoires de la Société helvétique des Sciences naturelles. 4°.....Lucerne, 1884	
Id. Vol. XXIX, 2 ^{me} livraison. 4°.....Zürich, 1885	
Actes de la Société helvétique des Sciences naturelles réunie au Locle. 68 ^{me} session. 8°.....Neuchâtel, 1886	Société helvétique des Sc. naturelles.
Compte rendu des travaux présentés à la 68 ^{me} session de la Société helvétique des Sciences naturelles réunie au Locle en 1885. 8°.....Genève, 1885	
Actes de la Société helvétique des Sciences naturelles réunie à Genève. 69 ^{me} session. 8°.....Genève, 1886	
Id. Compte rendu des travaux présentés. 8°.....Genève, 1886	
Id. Statuts et règlements. 8°.....Genève, 1886	
Id. Liste des sessions annuelles et des membres. N° 17. 8°.Aarau, 1886	
Mittheilungen der Aargauischen naturforsch. Gesellschaft. Heft 4. 8°.....Aarau, 1886) Société des Sciences naturelles d'Argovie.
Verhandlungen der naturforsch. Gesellschaft in Basel. Theil VII, Heft 3; Theil VIII, Heft 1. 8°.....Basel, 1885) Société des Sciences naturelles de Bâle.
Mittheilungen der naturforsch. Gesellschaft in Bern. II. 1, nos 1103-1118; H. 3, nos 1133-1142. 8°.....Bern, 1885-86) Société des Sciences naturelles de Berne.
Europäische Gradmessung. Das schweizerische Dreiecknetz. Bd. II. 4°.....Zürich, 1885) Observatoire de Genève.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

LXXVII

- Sitzungsberichte der physikal.-medizinisch. Gesellsch. zu Erlangen. Heft 16, 17 8°. Erlangen, 1884 } Société physico-médicale d'Erlangen.
- Denkschriften der k. Akademie der Wissenschaften. Bd XLVII. 4°. Wien, 1883 }
- Id. Sitzungsberichte. Mathem.-naturwiss. Klasse. 1^{te} Abtheil. Bd. LXXXVIII-XC. XCI, H. 1-4. — 2^{te} Abtheil. Bd. LXXXVIII-XL. XLI, H. 1-3. — 3^{te} Abtheil. Bd. LXXXVII, H. 4-5; LXXXVIII-XC; XCI, H. 1-2. 8°. Wien, 1883-86 }
- Id. Register zu den Bänden LXXXVI-XC. 8°. Wien, 1885 }
- Jahrbuch der k. k. geologischen Reichsanstalt. Bd. XXXIV, n° 4; XXXV; XXXVI, 1-3, 8°. Wien, 1884-86 }
- Id. Verhandlungen. 1884, n°s 13-18; 1885; 1886, n°s 1-5. 8°. Wien, 1884-86 }
- Id. Abhandlungen. Bd. XI, 1; XII, 1, 2, 3. Grand 4°. Wien, 1885-86 }
- Verhandlungen der k. k. zoologisch-botanischen Gesellschaft in Wien. Bdes XXXIV, XXXV, XXXVI. 8°. Wien, 1885-86 }
- Id. Geschäfts-Ordnung. 8°. Wien, 1886 }
- Jahrbücher der k. k. Central-Anstalt für Meteorologie. J. 1883 (N. F., Bd. XX). 4°. Wien, 1885 }
- Mittheilungen der k.-k. geographischen Gesellschaft in Wien. Bd. XXVII-XXVIII. 8°. Wien, 1884-85 }
- Annalen des k. k. naturhistorischen Hofmuseums. Bd. I; n°s 1-4. 8°. Wien, 1886 }
- Bolletino della Societa Adriatica di Scienza naturali. Vol. IX, 1, 2. 8°. Trieste, 1885-86 }
- Magnetische und meteorologische Beobachtungen an der k. k. Sternwarte zu Prag im Jahre 1884-1885. 4°. Prag, 1885-86 }
- Sitzungsberichte d. königl. böhm. Gesellschaft d. Wiss. Jahrg. 1882-84. 8°. Prag, 1883-85 }
- Id. Jahresbericht, 1882-84; 1885, 1, 2. 8°. Prag, 1883-85 }
- Id. Bericht über die Math. und naturwiss. Publikationen während ihres 100 Jahres Bestandes. 8°. Prag, 1885 }
- Id. General-Register. 1784-1884. 8°. Prag, 1884 }
- Id. Geschichte. H. 1, 2. 8°. Prag, 1884-85 }
- Id. Verzeichniss der Mitglieder. 8°. Prag, 1884 }
- Glasiuk hrvatskoga naravoslounoga druztva. Année I. Liv. 1-3. 8°. Zagreb, 1886 }
- Ungarische Revue. 1884, 8, 9, 10. 8°. Budapest, 1884 }
- Mathematikai es Természettudományi Közlemények. Vol. XIII-XIX. 8°. Budapest, 1883-84 }
- Ertekezések a matematikai Tudományok Köréből. Vol. IX, 1-9. 8°. Budapest, 1884 }
- Id. a Természettudományok Köréből. Vol. XIV, 2-8. 8°. Budapest, 1884 }
- Académie Impér. des Sc. de Vienne.
- Institut géologique d'Autriche.
- Société zoologique-botanique de Vienne.
- Observatoire de Vienne.
- Société Imp. de Géographie de Vienne.
- Musée de Vienne.
- Société Adriatique des Sc. naturelles.
- Observatoire de Prague.
- Société des Sc. naturelles de Bohême.
- Société d'Hist. naturelle de Croatie.
- Académie Hongroise.

- Annales of the New-York Academy of Sciences. Vol. III, nos 1-9
et pp. 297-332. 8°.....New-York, 1883 } Académie des Sciences
Id. Transactions. Vol. II et tables; Vol. III; Vol. V, nos 1-6. } de New-York.
8°.....New-York, 1882-84 }
- Bulletin of the Buffalo Society of the natural sciences. Vol. V,
no 1. 8°.....Buffalo, 1886 } Société des Sciences nat.
de Buffalo.
- Transactions of the Connecticut Academy of Arts and Sciences. } Académie des Sciences et
Vol. VI, part. 2. 8°.....New-Haven, 1885 } Arts du Connecticut.
- American Journal of Science, nos 169-192. 8°..New-Haven, 1884-86 } Rédaction.
- Report for the Years 1883-85 of the Observatory of Yale Col-
lege. 8°.....New-Haven, 1884-86 } Direction de l'Observat.
de New-Haven.
- Proceedings of the American Academy of Arts and Sciences.
New series. Vol. XI, XII and XIII, p. 1 (Whole series, XIX,
XX, XXI). 8°.....Boston, 1883-86 } Académie américaine des
Sciences et des Arts.
- Memoirs of the Boston Society of Natural History. Vol. III,
nos 8-11. 4°.....Boston, 1884 } Société d'Histoire natu-
relle de Boston.
- Id. Proceedings. Vol. XXII, part 2-4; XXIII, 1-2. 8°..Boston, 1883-84 }
- Memoirs of the Museum of Comp. Zoology at Harvard College.
Vol. XI, no 1; vol. X, nos 2-4; vol. XII, nos 3-4, vol. XIV,
no 1, part 1. 4°.....Cambridge et Boston, 1884-86 } Musée de Zoologie com-
parée de Harvard Col-
lege.
- Id. Bulletin. Vol. VII (Geol. ser., I), nos 2-8, titre et index et
no 11; vol. XI, no 11, table et titre; XII, nos 1, 2, 5, 6 et
titre; XIII, n° 1. 8°.....Cambridge, Mass., 1884-86 }
- Annual Report of the Museum of Comp. Zoology for 1884-86.
3th and 4th Reports. 8°.....Cambridge, Mass., 1885-86 }
- Edward-C. Pickering. Thirty-nine Annual Report of the Director
of the Astronomical Observatory of Harvard College. 8°.
Cambridge, Mass., 1885 } Observatoire de Harvard
College.
- Id. Observations of variable Stars in 1884. 8°..Cambridge, Mass., 1885 }
- Annals of the Astronomical Observatory at Harvard College.
Vol. XIV, p. II; XV; XVI. 4°.....Cambridge, Mass., 1875-86 }
- Memoirs of the American Academy of Arts and Sciences. Vol. X,
3; Vol. XI, II no 1, III no 2, 3. 4°..Cambridge, Mass., 1874-85 } Académie américaine des
Arts et des Sciences.
- Bulletin of the Essex Institute. Vol. XV; XVI; XVII, 1-12. 8°.
Salem, 1883-86 } Institut de l'Essex.
- Pocket Guide to Salem. 8°.....Salem, 1886 }
- Annual Reports of the Trustees of the Peabody Academy of
Sciences. 1874-85. 8°.....Salem, 1885-86 } Académie de Peabody.
- Proceedings of the Academy of Natural Sciences of Philadelphia.
1884, 3 part; 1885, 1, 2, 3; 1886, 1. 8°..Philadelphia, 1884-86 } Académie des Sciences
nat. de Philadelphie.
- Id. Journal. 2th series, Vol. IX, part 1. 4°.....Philadelphia, 1884 }

TABLEAU DES MEMBRES

DE LA

SOCIÉTÉ DE PHYSIQUE ET D'HISTOIRE NATURELLE

DE GENÈVE

Au 1^{er} Janvier 1888.



1^o MEMBRES ORDINAIRES RÉSIDANT A GENÈVE

RANGÉS PAR ORDRE D'ADMISSION

Date de leur
réception.

- 1825 MM. *Daniel COLLADON*, professeur de mécanique
1828 *Alphonse DE CANDOLLE*, professeur de botanique.
1830 *Henri-Clermont LOMBARD*, docteur-médecin.
1838 *Paul CHAIX*, géographie.
1841 *Charles CELLÉRIER*, professeur de mécanique.
— *Alphonse FAVRE*, professeur de géologie.
1842 *Jeun-Charles MARIGNAC*, professeur de chimie.
— *Philippe PLANTAMOUR*, chimiste.
1853 *Henri DE SAUSSURE*, entomologiste.
— *Émile GAUTIER*, astronome.
1854 *Louis SORET*, professeur de physique.
— *Marc THURY*, professeur de botanique.

Date de leur
réception.

- 1861 MM. *Casimir* DE CANDOLLE, botaniste.
 — *Perceval* DE LORIOI, paléontologiste.
 1862 *Jean* MULLER, Dr, professeur de botanique.
 1863 *Charles* GALOPIN, mathématicien.
 — *Lucien* DE LA RIVE, physicien.
 1864 *Victor* FATIO, zoologiste.
 — *William* MARCET, à Genève.
 1865 *Arthur* ACHARD, ingénieur.
 1867 *Marc* MICHELI, botaniste.
 — *Godefroy* LUNEL, zoologiste.
 1868 *Jean-Louis* PREVOST, docteur-médecin, professeur.
 1869 *Edouard* SARASIN, physicien.
 — *Ernest* FAYRE, géologue.
 1870 *Hermann* FOL, professeur de zoologie.
 1873 *Emile* ADOR, chimiste.
 — *Edmond* SARASIN, chimiste.
 — *William* BARBEY, botaniste.
 1874 *Adolph* D'ESPINE, docteur-médecin, professeur.
 — *Eugène* DEMOLE, chimiste.
 1876 *Théodore* TURRETTINI, ingénieur.
 — *Pierre* DUNANT, docteur-médecin, professeur.
 1877 *Maurice* SCHIFF, professeur de physiologie.
 — *Frédéric-Guillaume* ZAHN, professeur d'anatomie.
 1878 *Jacques* BRUN, professeur de matière médicale.
 1879 *Charles* GRÆBE, professeur de chimie.
 — *Albert-Auguste* RILLIET, professeur.
 1880 *Charles* SORET, professeur de physique.
 — *Auguste* WARTMANN, docteur-médecin.
 1881 *Denys* MONNIER, professeur de chimie.
 1882 *Louis* LOSSIER, chimiste.
 — *Gustave* CELLÉRIER, mathématicien.
 1883 *Raoul* GAUTIER, astronome.
 — *Hippolyte* GOSSE, docteur-médecin, professeur.

Date de leur
réception.

- 1884 MM. *Maurice* BEDOT, zoologiste.
1885 *A.* KAMMERMANN, astronome.
1887 *Amé* PICTET, chimiste.

2° MEMBRES ÉMÉRITES

- 1863 MM. *Henri* DOR, docteur-médecin.
1864 *Marc* DELAFONTAINE, chimiste, à Chicago.
1869 *Raoul* PICTET, professeur de physique.
1882 *Eugène* RISLER, agronome, à Paris.

3° MEMBRES HONORAIRES

- 1837 MM. *Isaac* LEA, à Philadelphie.
1841 *L.-F.* DE MENABREA, général, à Turin.
1842 *Charles* MARTINS, à Montpellier.
1849 *Charles* BRUNNER, à Vienne.
1859 *Jules* MARCOU, à Cambridge, Mass.
— *Sir Georges* BIDDELL AIRY, à Greenwich.
— *John* TYNDALL, à Londres.
— *Alfred* DESCLOISEAUX, à Paris.
— *Em.* DU BOIS-REYMOND, à Berlin.
— *Albert* MOUSSON, à Zurich.
1861 *Rodolphe* WOLF, à Zurich.
1864 *A. v.* KÖLLIKER, à Würzburg.
— *Louis* DUFOUR, à Lausanne.
— *Charles* LORY, à Grenoble.
— *Marcelin* BERTHELOT, à Paris.
1866 *Anatole* DE CALIGNY, à Paris.

Date de leur
réception.

- 1869 MM. *F. PLATEAU*, à Gand.
— *Ed. HAGENBACH*, à Bâle.
1870 *Albert FALSAN*, à Lyon.
— *Ernest CHANTRE*, à Lyon.
— *Adolphe HIRSCH*, à Neuchâtel.
1870 *Pierre BLASERNA*, à Rome.
1872 *W. KÜHNE*, à Heidelberg.
— *Samuel-H. SCUDDER*, à Boston.
1874 *François-Aug. FOREL*, à Morges.
— *A. CORNU*, à Paris.
1875 *Charles MAUNOIR*, à Paris.
— *J.-Norman LOCKYER*, à Londres.
1876 *Eugène RENEVIER*, à Lausanne.
— *Louis RUTIMEYER*, à Bâle.
— *F.-W. HAYDEN*, à Washington.
1879 *Samuel-P. LANGLEY*, à Allegheny (Pensylvanie).
1880 *C. IBANEZ*, général, à Madrid.
— *Hervé-Aug.-Et.-Albans FAYE*, à Paris.
— *E. MAYO*, général, à Florence.
— *Charles FRIEDEL*, à Paris.
— *Alexandre AGASSIZ*, à Cambridge (Massachusetts).
1881 *Lorenzo RESPIGHI*, à Rome.
1883 *Louis COULON*, à Neuchâtel.
— *Théodore DE HELDREICH*, à Athènes.
— *Henri DUFOUR*, à Lausanne.
1884 *Sigismond DE WROBLEWSKY*, à Cracovie.
— *L. GAILLETET*, à Paris.
— *Albert HEIM*, à Zurich.
— *K.-Ed. CRAMER*, à Zurich.
— *Robert BILLWILLER*, à Zurich.
— *Charles DUFOUR*, à Morges.
1886 *H. DE LACAZE-DUTHIERS*, à Paris.
— *Alexandre HERZEN*, à Lausanne.

Date de leur
réception.

1887 MM. *Théophile* STUDER, à Berne.

1888 *Eilhard* WIEDEMANN, à Erlangen.

4° ASSOCIÉS LIBRES

1860 MM. *Gustave* ROCHETTE.

— *Théodore* DE SAUSSURE.

— *Victor* GAUTIER.

— *Amédée* LULLIN.

— *Auguste* BROT.

— *Louis* LULLIN.

— *Georges* SARASIN.

— *Alexandre* MORICAND.

— *Théodore* VERNES.

1863 *Emile* NAVILLE.

1864 *James* ODIER.

1866 *Théodore* AUDEOUD.

1867 *Charles* MALLET.

1870 *Georges* PREVOST.

1871 *Henri* BARBEY.

1872 *Agénor* BOISSIER.

— *Ernest* DE TRAZ.

— *Lucien* DE CANDOLLE.

1873 *Edouard* DES GOUTTES.

— *Henri* HENTSCH.

1874 *Edouard* FATIO.

1875 *Henri* PASTEUR.

1876 *Georges* MIRABAUD.

— *Charles* GOLAZ.

— *William* FAVRE.

— *Emile* PICTET.

Date de leur
réception.

1876 MM. *Charles* RIGAUD.

1877 *Ernest* COVELLE.

1879 *Emile* BOISSIER.

— *Henri* BOUTHILLIER DE BEAUMONT.

— *Auguste* PREVOST.

1884 *Henri* SALADIN.



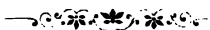
MÉMOIRES
DE LA
SOCIÉTÉ DE PHYSIQUE ET D'HISTOIRE NATURELLE DE GENÈVE
TOME XXIX. — N° 5.

ANOMALIES DE LA FLEUR
DU
RUMEX SCUTATUS, LINNÉ

AVEC
NOTES SUR L'ÉVOLUTION FLORALE, L'ANTHOTAXIE

ET LA
NATURE AXILE DE L'OVULE DANS LES RUMEX

PAR
Le D^r **SILVIO CALLONI**



GENÈVE
LIBRAIRIE H. GEORG, RUE DE LA CORRATERIE
1886

GENÈVE. — IMPRIMERIE SCHUCHARDT.

32
b
3
A
b
la
pi
7
76
S
L
m
L
02

s'épanouit du sommet du nucelle *n*. Un faisceau de trachées déroulables *f* parcourt l'ovule pistilliforme et se bifurque pour se rendre aux styles.

Fig. 13. Ovaire infundibuliforme.

a. Son ovule en commencement de prolifération.

Fig. 14. Ovaire urceolé avec un paquet d'ovules fort jeunes engendrés par bourgeonnement de l'ovule primitif.

a. Le même amas d'ovules, isolés et grossis.

Fig. 15. Ovaire en forme de soucoupe, contenant une agglomération d'ovules jeunes : *f* faisceau de trachées.

a. Portion apicale du paquet d'ovules.

PLANCHE III

Fig. 16. Sommet d'une cyme de *Rumex conglomeratus* Schreb.; *f* une branche de la cyme, *g* gaine protectrice ou ochrea rudimentaire.

Fig. 17. Un fragment latéral de la cyme, avec sa gaine protectrice *g* et les fleurs *f*.

Fig. 18. Mamelon floral non encore différencié.

Fig. 19. Mamelon floral qui commence à se différencier.

Fig. 20. Jeune fleur vue d'en haut, avec les sépales *s* délimitant le corne *c*.

Fig. 20 a. La même fleur vue de côté.

Fig. 21 et 22. États un peu plus avancés de la fleur.

Fig. 23. Fleur où les pétales *p* commencent à s'accuser.

Fig. 24. Fleur de *Rumex acetosa*, avec les 3 mamelons staminaux ébauchés.

Fig. 25. Fleur un peu mieux développée et vue de côté.

Fig. 26. Jeune fleur avec les mamelons staminaux qui commencent à se partager par chorise.

Fig. 27. La même fleur plus grossie.

Fig. 28, 29, 30, 31, 32. États toujours plus avancés de la fleur de *Rumex conglomeratus*, et montrant la formation définitive des 6 étamines sur un seul verticille.

Fig. 33. Jeune fleur de *Rumex conglomeratus*, avec étamines plus développées qu'à la fig. 32.

Fig. 34. Jeunes étamines insérées sur un sépale.

34 a et 34 b. Étamines à deux états différents d'évolution.

Fig. 35. Section verticale d'une jeune fleur.

Fig. 36. Fleur complètement développée.

Fig. 37, 38, 39. Différentiation du pistil sur l'axe.

Fig. 40. Pistil très jeune, où l'axe est rétréci en haut, pour former directement l'ovule.

Fig. 41. Pistil avec ébauche du nucelle.

41 a. Le même pistil vu d'en haut.

Fig. 42 et 43. États de plus en plus avancés des pistils; différenciation des styles.

Fig. 44. Pistil où les trois stigmates commencent à se dessiner.

Fig. 45. Pistil avec 3 stigmates rudimentaires. Ovule avec son premier tégument.

Fig. 46. État plus avancé du pistil. Ovule avec première formation du tégument externe.

Fig. 47. Jeune pistil avec stigmates longs, repliés en bas, dilatés au sommet.



M É M O I R E S
DE LA
SOCIÉTÉ DE PHYSIQUE ET D'HISTOIRE NATURELLE DE GENÈVE
TOME XXIX. — N° 6.

ÉTUDE NUMÉRIQUE
DES
CONCOURS DE COMPENSATION
DE
CHRONOMÈTRES

FAITS A L'OBSERVATOIRE DE GENÈVE EN 1884 ET 1886

PAR
M. Gustave CELLÉRIER

GENÈVE
IMPRIMERIE CHARLES SCHUCHARDT
1887

8 5

THE UNIVERSITY OF CHICAGO

Comme on le voit, la durée des épreuves a été divisée en 14 périodes de cinq jours chacune, séparées par un jour intermédiaire, destiné à permettre aux chronomètres d'acquérir sûrement la température nouvelle à laquelle est portée l'étuve.

La succession des températures n'a pas été la même lors des deux concours. Tandis qu'en 1884 les températures vont d'abord en montant de 5 en 5 degrés, de $+ 5^{\circ}$ à $+ 35^{\circ}$, pour redescendre ensuite de même de $+ 35^{\circ}$ à $+ 5^{\circ}$, en 1886 cet ordre a été renversé.

Pendant les cinq jours de chaque période, la marche des chronomètres est assez régulière pour qu'il soit superflu de faire entrer cette régularité en ligne de compte dans l'étude subséquente; aussi nous bornerons-nous à indiquer, dans les tableaux suivants, les marches diurnes moyennes de chaque période.

Formules d'interpolation.

Pour simplifier les coefficients numériques, nous prenons comme unité de température l'ensemble de 5 degrés centigrades, et comme zéro thermométrique le point $+ 20^{\circ}$ centigrade, de sorte que la comparaison de l'échelle centigrade et de notre échelle, que nous désignons par x , nous donne :

$$\begin{array}{ccccccc} \theta = + 5^{\circ}, & + 10^{\circ}, & + 15^{\circ}, & + 20^{\circ}, & + 25^{\circ}, & + 30^{\circ}, & + 35^{\circ}, \\ x = - 3, & - 2, & - 1, & 0, & + 1, & + 2, & + 3, \end{array}$$

et, en général,

$$x = \frac{\theta - 20}{5}$$

Appelons y la marche du chronomètre pour la température x , on peut représenter cette marche par une formule d'interpolation

$$y = A + Bx + Cx^2 + Dx^3 + \dots$$

Équation à trois termes : Prenons comme formule

$$y = A + Bx + Cx^2$$

et déterminons A, B, C par la méthode des moindres carrés; appelons $y_1, y_2, y_3, \dots, y_7$ les marches observées pour lesquelles $x = -3, -2, \dots, +2, +3$; on aura comme équations de condition :

$$\begin{array}{l} \Sigma y = 7A + B \Sigma x + C \Sigma x^2 \\ \Sigma yx = A \Sigma x + B \Sigma x^2 + C \Sigma x^3 \\ \Sigma yx^2 = A \Sigma x^2 + B \Sigma x^3 + C \Sigma x^4 \end{array}$$

Mais

$$\Sigma x = \Sigma x^3 = 0, \quad \Sigma x^2 = 28, \quad \Sigma x^4 = 496$$

d'où vient

$$\begin{aligned}\Sigma y &= 7(A + 4C) \\ \Sigma yx &= 28B \\ \Sigma yx^2 &= 28(A + 7C)\end{aligned}$$

On déduit facilement de là les trois inconnues, et, développant les Σ , on a :

$$A = \frac{7y_4 + 6(y_5 + y_2) + 3(y_6 + y_2) - 2(y_7 + y_1)}{21}$$

$$B = \frac{y_5 - y_2 + 2(y_6 - y_2) + 3(y_7 - y_1)}{28}$$

$$C = \frac{-4y_4 - 3(y_5 + y_2) + 5(y_7 + y_1)}{84}$$

Équation à quatre termes : Soit la formule

$$y = A + B_1x + Cx^2 + Dx^3$$

on aura comme équations de condition, puisque $\Sigma x^2 = 0$ et que $\Sigma x^3 = 1588$

$$\begin{aligned}\Sigma y &= 7(A + 4C) \\ \Sigma xy &= 28(B_1 + 7D) \\ \Sigma x^2y &= 28(A + 7C) \\ \Sigma x^3y &= 4(49B_1 + 397D)\end{aligned}$$

et l'on voit d'abord que A et C ont exactement les mêmes valeurs que pour l'équation à trois termes, tandis que B₁ diffère de B; on trouve :

$$D = \frac{-(y_5 - y_2) - (y_6 - y_2) + y_7 - y_1}{36}$$

et

$$B_1 = B - 7D$$

L'expression complète de B₁ est

Si l'on applique aux moyennes de séries la méthode précédente, on trouve comme valeurs provisoires

1884	{	Acier . . .	A = + 0,4427	B = − 0,0398	C = − 0,1906
		Palladium	− 0,2909	+ 0,1666	− 0,0451
1886	{	Acier . . .	− 1,6730	+ 0,2879	− 0,0970
		Palladium	+ 1,1341	− 0,1367	− 0,0945

En laissant de côté les réductions à 24^h qui sont faibles, nous devons utiliser ces premiers chiffres pour réduire les marches aux températures théoriques. Le tableau suivant donne le calcul de ces réductions :

	Série	1	2	3	4	5	6	7
1884	$\Delta x =$	+0,0436	−0,0080	+0,0002	+0,0136	−0,0154	+0,0102	−0,0156
	$\frac{dy}{dx}$ Acier . . .	+1,10	+0,72	+0,34	−0,04	−0,42	−0,80	−1,18
	$\frac{dx}{dx}$ Palladium	+0,44	+0,35	+0,26	+0,17	+0,08	−0,01	−0,10
− Δx	$\frac{dy}{dx}$ Acier . . .	−0,048	+0,006	0,000	+0,001	−0,006	+0,008	−0,017
	$\frac{dx}{dx}$ Palladium	−0,019	+0,003	0,000	−0,002	+0,001	0,000	−0,002
1886	$\Delta x =$	−0,0064	−0,0062	−0,0002	−0,0082	−0,0114	+0,0022	−0,0010
	$\frac{dy}{dx}$ Acier . . .	+0,87	+0,68	+0,48	+0,29	+0,09	−0,10	−0,29
	$\frac{dx}{dx}$ Palladium	+0,43	+0,24	+0,05	−0,14	−0,33	−0,51	−0,70
− Δx	$\frac{dy}{dx}$ Acier . . .	+0,006	+0,004	0,000	+0,002	+0,001	0,000	0,000
	$\frac{dx}{dx}$ Palladium	+0,003	+0,001	0,000	−0,001	−0,004	+0,001	−0,001

En corrigeant, d'après ce tableau, les moyennes obtenues pour chaque série, on obtient comme marches réduites

	Série	1	2	3	4	5	6	7
1884	{ Acier . . .	—1,142	—0,310	+ 0,299	+0,369	+0,265	—0,286	—1,488
	{ Palladium	—1,261	—0,718	—0,457	—0,422	—0,201	—0,009	—0,249
1886	{ Acier . . .	—3,346	—2,772	—2,026	—1,568	—1,450	—1,632	—1,619
	{ Palladium	+0,667	+1,105	+1,239	+0,887	+0,968	+0,642	—0,215

$\Delta t = + 0,218$	$x = - 3$	$f''' = + 1^m.0^s,97$
$- 0,040$	$- 2$	$+ 0^m.14^s,21$
$+ 0,001$	$- 1$	$- 0^m.35^s,00$
$+ 0,068$	0	$- 1^m.22^s,90$
$- 0,077$	$+ 1$	$- 2^m.13^s,98$
$+ 0,051$	$+ 2$	$- 3^m.5^s,84$
$- 0,132$	$+ 3$	$- 3^m.59^s,74$

On applique à ces chiffres la méthode énoncée plus haut pour le calcul d'une formule d'interpolation à trois ou quatre termes, et l'on obtient :

1^o Pour la formule $y = A + Bx + Cx^2$:

$$\begin{cases} A = - 1^m.23^s,406 \\ B = - 50^s,043 \\ C = - 0^s,6763 \end{cases}$$

2^o Pour la formule $y = A + Bx + Cx^2 + Dx^3$:

$$\begin{cases} A = - 1^m.23^s,406 \\ B_1 = - 49^s,716 \\ C = - 0,6763 \\ D = - 0,04667 \end{cases}$$

Puis on cherche les dérivées qui devront servir à la réduction de chacune des 70 marches f'' à la température normale; ce sont :

$x =$	$- 3$	$- 2$	$- 1$	0	$+ 1$	$+ 2$	$+ 3$
$\frac{1}{5} \frac{dy}{dx} =$	$- 9,20$	$- 9,47$	$- 9,74$	$- 10,01$	$- 10,28$	$- 10,55$	$- 10,82$

Toutes les marches f'' étant réduites au moyen de ces coefficients multipliés par les écarts des températures diurnes avec les températures théoriques, on obtient les marches désignées par y dans le tableau suivant :

1884

Marches du chronomètre non compensé.

DATE		Δt	f''	$-\frac{dy}{dx} \times \frac{\Delta t}{5}$	y
		0	m s	s	m s
1 ^{re} Période.					
Décemb. 1883	Du 17 au 18	+ 0,46	+ 0.59,51	+ 4,24	+ 1. 3,75
	» 18 » 19	+ 0,15	+ 1. 0,45	+ 1,38	+ 1. 1,83
	» 19 » 20	+ 0,20	+ 1. 0,28	+ 1,84	+ 1. 2,12
	» 20 » 21	— 0,10	+ 1. 3,26	— 0,92	+ 1. 2,36
	» 21 » 22	— 0,03	+ 1. 2,19	— 0,27	+ 1. 1,92
2 ^{me} Période.					
	Du 23 au 24	— 0,04	+ 0.16,08	— 0,38	+ 0.14,70
	» 24 » 25	— 0,16	+ 0.12,63	— 1,52	+ 0.11,11
	» 25 » 26	— 0,52	+ 0.19,46	— 4,91	+ 0.14,55
	» 26 » 27	— 0,30	+ 0.17,79	— 2,84	+ 0.14,95
	» 27 » 28	+ 0,01	+ 0.16,30	+ 0,09	+ 0.16,39
3 ^{me} Période.					
	Du 29 au 30	— 0,45	— 0.31,54	— 4,38	— 0.35,92
	» 30 » 31	— 0,13	— 0.32,08	— 1,26	— 0.33,34
	» 31 » 1	+ 0,58	— 0.38,57	+ 5,66	— 0.32,91
Janvier 1884	» 1 » 2	+ 0,12	— 0.40,28	+ 1,17	— 0.39,11
	» 2 » 3	+ 0,05	— 0.33,47	+ 0,49	— 0.32,98
4 ^{me} Période.					
	Du 4 au 5	— 0,13	— 1.20,62	— 1,30	— 1.21,92
	» 5 » 6	+ 0,08	— 1.22,19	+ 0,80	— 1.21,39
	» 6 » 7	+ 0,14	— 1.22,85	+ 1,40	— 1.21,45
	» 7 » 8	+ 0,16	— 1.21,90	+ 1,60	— 1.20,30
	» 8 » 9	+ 0,10	— 1.23,72	+ 1,00	— 1.22,72
5 ^{me} Période.					
	Du 10 au 11	+ 0,24	— 2.14,77	+ 2,48	— 2.12,29
	» 11 » 12	+ 0,10	— 2.14,46	+ 1,03	— 2.13,43
	» 12 » 13	— 0,63	— 2. 5,68	— 6,47	— 2.12,15
	» 13 » 14	— 0,58	— 2. 7,53	— 5,95	— 2.13,48
	» 14 » 15	+ 0,10	— 2.12,92	+ 1,03	— 2.11,89
		Période.	Marche moyenne		
			m s		
		1 ^{re}	+ 1. 2,396		
		2 ^{me}	+ 0.14,340		
		3 ^{me}	— 0.34,852		
		4 ^{me}	— 1.21,556		
		5 ^{me}	— 2.12,648		

Marches du chronomètre non compensé. (Suite.)

DATE			Δt	f''	$-\frac{dy}{dx} \times \frac{\Delta t}{5}$	y
			0	m s	s	m s
6 ^{me} Période.						
Janvier 1884	Du 16	au 17	+ 0,27	— 3. 6,24	+ 2,85	— 3. 3,39
	» 17	» 18	— 0,05	— 3. 7,09	— 0,53	— 3. 7,62
	» 18	» 19	— 0,21	— 2,57,69	— 2,21	— 2,59,90
	» 19	» 20	+ 0,91	— 3,16,10	+ 9,62	— 3. 6,48
	» 20	» 21	— 0,85	— 2,55,57	— 8,95	— 3. 4,52
7 ^{me} Période.						
	Du 22	au 23	— 0,38	— 3,55,66	— 4,11	— 3,59,77
	» 23	» 24	+ 0,05	— 3,59,94	+ 0,54	— 3,59,40
	» 24	» 25	— 0,91	— 3,49,13	— 9,83	— 3,58,96
	» 25	» 26	— 0,12	— 4. 3,09	— 1,30	— 4. 4,39
	» 26	» 27	+ 0,97	— 4. 8,65	+ 10,52	— 3,58,13
8 ^{me} Période.						
	Du 28	au 29	+ 1,07	— 3,19,14	+ 11,32	— 3. 7,82
	» 29	» 30	+ 0,09	— 3. 6,14	+ 0,95	— 3. 5,19
	» 30	» 31	— 0,01	— 3. 7,08	— 0,11	— 3. 7,19
	» 31	» 1	+ 0,18	— 3. 7,70	+ 1,90	— 3. 5,80
Février	» 1	» 2	— 0,89	— 3. 0,77	— 9,37	— 3,10,14
9 ^{me} Période.						
	Du 3	au 4	— 0,42	— 2,11,55	— 4,30	— 2,15,85
	» 4	» 5	— 0,09	— 2,15,08	— 0,93	— 2,16,01
	» 5	» 6	— 0,26	— 2,11,21	— 2,67	— 2,13,88
	» 6	» 7	— 0,14	— 2,14,80	— 1,44	— 2,16,24
	» 7	» 8	+ 0,91	— 2,24,14	+ 9,38	— 2,14,76
10 ^{me} Période.						
	Du 9	au 10	+ 0,19	— 1,28,97	+ 1,90	— 1,27,07
	» 10	» 11	+ 0,05	— 1,23,18	+ 0,50	— 1,22,68
	» 11	» 12	— 0,54	— 1,17,83	— 5,40	— 1,23,23
	» 12	» 13	+ 0,02	— 1,23,60	+ 0,20	— 1,23,40
	» 13	» 14	+ 0,61	— 1,30,97	+ 6,12	— 1,24,85
			Période.	Marche moyenne.		
			6 ^{me}	m s		
				— 3. 4,382		
			7 ^{me}	— 4. 0,130		
			8 ^{me}	— 3. 7,228		
			9 ^{me}	— 2,15,348		
			10 ^{me}	— 1,24,246		

Marches du chronomètre non compensé. (Suite.)

DATE			Δt	f''	$-\frac{dy}{dx} \times \frac{\Delta t}{5}$	y
			0	m s	s	m s
11 ^{me} Période.						
Février	Du 15	au 16	+ 0,10	— 0,36,66	+ 0,97	— 0,35,69
	» 16	» 17	— 0,07	— 0,35,26	— 0,68	— 0,35,94
	» 17	» 18	— 0,38	— 0,29,82	— 3,70	— 0,33,52
	» 18	» 19	+ 0,12	— 0,33,23	+ 1,17	— 0,32,06
	» 19	» 20	+ 0,07	— 0,39,14	+ 0,68	— 0,38,46
12 ^{me} Période.						
	Du 21	au 22	— 0,55	+ 0,15,64	— 5,19	+ 0,10,45
	» 22	» 23	+ 0,25	+ 0,15,15	+ 2,37	+ 0,17,52
	» 23	» 24	+ 0,14	+ 0,14,92	+ 1,33	+ 0,16,25
	» 24	» 25	+ 1,06	+ 0. 2,77	+ 10,07	+ 0,12,84
	» 25	» 26	— 0,29	+ 0,15,33	— 2,75	+ 0,12,58
13 ^{me} Période.						
	Du 27	au 28	+ 0,69	+ 0,54,69	+ 6,35	+ 1. 1,04
	» 28	» 29	+ 0,45	+ 0,58,16	+ 4,15	+ 1. 2,31
	» 29	» 1	+ 0,50	+ 0,55,36	+ 4,61	+ 0,59,97
Mars	» 1	» 2	— 0,02	+ 0,55,58	— 0,18	+ 0,55,40
	» 2	» 3	— 0,12	+ 0,58,46	— 1,11	+ 0,57,35
14 ^{me} Période.						
	Du 4	au 5	— 0,17	— 3,57,93	— 1,86	— 3,59,79
	» 5	» 6	— 0,13	— 3,59,00	— 1,40	— 4. 0,40
	» 6	» 7	— 0,11	— 3,59,33	— 1,19	— 4. 0,52
	» 7	» 8	— 0,41	— 3,54,73	— 4,44	— 3,59,17
	» 8	» 9	— 0,11	— 3,56,96	— 1,19	— 3 58,15
			Période.	Marche moyenne.		
			11 ^{me}	— 0,35,134		
			12 ^{me}	+ 0,13,928		
			13 ^{me}	+ 0,59,214		
			14 ^{me}	— 3,59,606		

Les moyennes de séries sont alors :

$x = -3$	$y = + 1^m.0^s,805$
-2	$+ 0^m.14^s,134$
-1	$- 0^m.34^s,993$
0	$- 1^m.22^s,901$
$+1$	$- 2^m.13^s,998$
$+2$	$- 3^m.5^s,805$
$+3$	$- 3^m.59^s,868$

Comme on le voit, ces chiffres diffèrent peu des valeurs de f'' . La formule à trois termes calculée donne alors :

$$\begin{aligned} A &= - 1^m.23^s,3878 \\ B &= - 50^s,0322 \\ C &= - 0^s,67545 \end{aligned}$$

Pour celle à quatre termes, on a :

$$\begin{aligned} A &= - 1^m.23^s,3878 \\ B_1 &= - 49^s,6960 \\ C &= - 0^s,67545 \\ D &= - 0^s,04803 \end{aligned}$$

Les dérivées données par la formule à trois termes sont sensiblement les mêmes que celles trouvées plus haut, de sorte qu'il n'y a pas lieu d'introduire de nouvelles corrections dans les 70 valeurs de y .

Y a-t-il lieu de réduire toutes les marches au moyen des dérivées de la formule à quatre termes ? Cette dérivée a pour expression

$$B_1 + 2 C x + 3 D x^2$$

tandis que celle qui a déjà été employée est

$$B + 2 C x$$

En calculant les erreurs moyennes, on obtient :

Pour la formule à trois termes :

$$\begin{aligned}\varepsilon &= \pm 0,600 \\ \Delta A &= \pm 0,131 \\ \Delta B &= \pm 0,114 \\ \Delta C &= \pm 0,066\end{aligned}$$

Pour la formule à quatre termes :

$$\begin{aligned}\varepsilon &= \pm 0,561 \\ \Delta A &= \pm 0,122 \\ \Delta B_1 &= \pm 0,287 \\ \Delta C &= \pm 0,061 \\ \Delta D &= \pm 0,038\end{aligned}$$

L'erreur de D atteint presque sa valeur; celle de B₁ est bien supérieure à celle de B; les dérivées de la première formule sont donc bien plus exactes que celles de la seconde. La formule à quatre termes doit être rejetée.

Ainsi l'expression la plus convenable de la marche de ce chronomètre est :

$$y = -83^{\circ},3878 - 50^{\circ},0322 x - 0^{\circ},67545 x^2$$

En calculant cette formule pour les sept valeurs de x et en comparant les valeurs observées et réduites des moyennes de séries aux valeurs calculées, on obtient les chiffres suivants :

$x = -3$	$y = + 60^{\circ},630$	$\Delta = + 0,175$
-2	$+ 13^{\circ},975$	$+ 0,159$
-1	$- 34^{\circ},031$	$- 0,962$
0	$- 83^{\circ},388$	$+ 0,487$
$+ 1$	$- 134^{\circ},095$	$+ 0,097$
$+ 2$	$- 186^{\circ},154$	$+ 0,349$
$+ 3$	$- 239^{\circ},563$	$- 0,305$

On tire de ces chiffres une formule d'interpolation provisoire où

$$A = -0^m.44^s.833, \quad B = -57.201, \quad C = +0.0323$$

Sauf pour la 14^{me} période, on aura pour réduire les marches f'' :

$x =$	-3	-2	-1	0	+1	+2	+3
$\frac{1}{5} \frac{dy}{dt} =$	-11,479	-11,466	-11,453	-11,440	-11,427	-11,414	-11,401

Après avoir effectué les réductions de f'' , avec une correction supplémentaire pour la 14^{me} période, on obtient comme valeurs améliorées de f''' :

$x =$	-3	-2	-1	0	+1	+2	+3
$f''' =$	$+2.6.386$	$+1.9.548$	$+0.12.152$	$-0.44.302$	$-1.41.728$	$-2.39.939$	$-3.37.881$

On conclut de ces valeurs de nouvelles valeurs de A, B, C, entraînant pour les f'' quelques corrections supplémentaires.

1886

Marches du chronomètre non compensé.

DATE				Δt	f''	$-\frac{dy}{dx} \times \frac{\Delta t}{5}$	y	
				0	m s	s	m s	
1 ^{re} Période.								
Décemb. 1885	Du	2	au	3	+ 0,04	— 3.34,82	+ 0,46	— 3.34,36
	»	3	»	4	— 0,05	— 3.37,19	— 0,57	— 3.37,76
	»	4	»	5	— 0,68	— 3.29,04	— 7,75	— 3.36,79
	»	5	»	6	+ 0,02	— 3.37,39	+ 0,23	— 3.37,16
	»	6	»	7	+ 0,72	— 3.45,45	+ 8,21	— 3.37,24
2 ^{me} Période.								
	Du	8	au	9	— 0,08	— 2.40,08	— 0,91	— 2.40,99
	»	9	»	10	+ 0,01	— 2.39,29	+ 0,11	— 2.39,18
	»	10	»	11	— 0,03	— 2.40,58	— 0,34	— 2.40,92
	»	11	»	12	— 0,29	— 2.36,25	— 3,31	— 2.39,56
	»	12	»	13	+ 0,06	— 2.39,96	+ 0,68	— 2.39,28
3 ^{me} Période.								
	Du	14	au	15	+ 0,83	— 1.51,42	+ 9,49	— 1.41,93
	»	15	»	16	+ 0,25	— 1.45,05	+ 2,86	— 1.42,19
	»	16	»	17	— 0,90	— 1.32,51	— 10,28	— 1.42,79
	»	17	»	18	— 0,28	— 1.38,98	— 3,20	— 1.42,18
	»	18	»	19	— 0,37	— 1.37,64	— 4,23	— 1.41,87
4 ^{me} Période.								
	Du	20	au	21	+ 0,02	— 0.45,74	+ 0,23	— 0.45,51
	»	21	»	22	— 0,21	— 0.42,84	— 2,41	— 0.45,25
	»	22	»	23	+ 0,21	— 0.46,80	+ 2,41	— 0.44,39
	»	23	»	24	+ 0,21	— 0.47,24	+ 2,41	— 0.44,83
	»	24	»	25	— 0,56	— 0.38,38	— 6,41	— 0.44,79
5 ^{me} Période.								
	Du	26	au	27	— 0,06	+ 0.11,41	— 0,69	+ 0.10,72
	»	27	»	28	+ 0,47	+ 0. 7,14	+ 5,41	+ 0.12,55
	»	28	»	29	+ 0,08	+ 0.10,57	+ 0,92	+ 0.11,49
	»	29	»	30	+ 0,23	+ 0. 8,66	+ 2,65	+ 0.11,31
	»	30	»	31	— 0,71	+ 0.20,98	— 8,17	+ 0.12,81
				Période.	Marche moyenne.			
				1 ^{re}	— 3.36,662			
				2 ^{me}	— 2.39,986			
				3 ^{me}	— 1.42,192			
				4 ^{me}	— 0.44,954			
				5 ^{me}	+ 0.11,776			

Marches du chronomètre non compensé. (Suite.)

DATE			Δt	f''	$-\frac{dy}{dx} \times \frac{\Delta t}{5}$	y
			0	m s	s	m s
6 ^{me} Période.						
Janvier 1886	Du	1 au 2	— 0,29	+ 1.12,75	— 3,32	+ 1. 9,43
	»	2 » 3	+ 0,58	+ 1. 4,10	+ 6,66	+ 1.10,76
	»	3 » 4	— 0,30	+ 1.11,45	— 3,44	+ 1. 8,01
	»	4 » 5	— 0,32	+ 1.10,93	— 3,67	+ 1. 7,26
	»	5 » 6	+ 0,41	+ 1.11,11	+ 1,26	+ 1.12,37
7 ^{me} Période.						
	Du	7 au 8	+ 0,48	+ 2. 4,01	+ 2,07	+ 2. 6,08
	»	8 » 9	— 0,24	+ 2.10,28	— 2,76	+ 2. 7,52
	»	9 » 10	— 0,05	+ 2. 8,66	— 0,57	+ 2. 8,09
	»	10 » 11	— 0,25	+ 2. 9,57	— 2,88	+ 2. 6,49
	»	11 » 12	+ 0,20	+ 2. 4,24	+ 2,29	+ 2. 6,53
8 ^{me} Période.						
	Du	13 au 14	+ 0,49	+ 1. 6,35	+ 2,48	+ 1. 8,53
	»	14 » 15	— 0,31	+ 1.14,38	— 3,56	+ 1.10,82
	»	15 » 16	+ 0,08	+ 1. 7,62	+ 0,92	+ 1. 8,52
	»	16 » 17	— 0,46	+ 1.14,03	— 5,28	+ 1. 8,75
	»	17 » 18	+ 0,41	+ 1. 6,33	+ 4,70	+ 1.11,03
9 ^{me} Période.						
	Du	19 au 20	— 0,47	+ 0.17,18	— 5,40	+ 0.11,78
	»	20 » 21	+ 0,48	+ 0. 6,72	+ 5,51	+ 0.12,23
	»	21 » 22	+ 0,01	+ 0.12,52	+ 0,11	+ 0.12,63
	»	22 » 23	— 0,36	+ 0.16,00	— 4,13	+ 0.11,87
	»	23 » 24	+ 0,32	+ 0.10,45	+ 3,68	+ 0.14,13
10 ^{me} Période.						
	Du	25 au 26	— 0,42	— 0.39,39	— 4,80	— 0.44,19
	»	26 » 27	+ 0,05	0.43,08	+ 0,57	— 0.42,51
	»	27 » 28	— 0,13	— 0.41,89	— 1,49	— 0.43,38
	»	28 » 29	+ 0,37	— 0.47,60	+ 4,22	— 0.43,38
	»	29 » 30	+ 0,05	— 0.45,36	+ 0,57	— 0.44,79
			Période.	Marche moyenne.		
			6 ^{me}	+ 1. 9,566		
			7 ^{me}	+ 2. 6,942		
			8 ^{me}	+ 1. 9,530		
			9 ^{me}	+ 0.12,528		
			10 ^{me}	— 0.43,650		

Marches du chronomètre non compensé. (Suite.)

DATE				Δt	f''	$-\frac{dy}{dx} \times \frac{\Delta t}{5}$	y
				m s	m s	m s	m s
11 ^{me} Période.							
Janvier	Du 31	au	1	— 0,26	— 1.37,68	— 2,97	— 1.40,65
Février	» 1	»	2	— 0,14	— 1.39,87	— 1,60	— 1.41,47
	» 2	»	3	+ 0,29	— 1.42,96	+ 3,31	— 1.39,65
	» 3	»	4	+ 0,04	— 1.42,99	+ 0,46	— 1.42,53
	» 4	»	5	— 0,03	— 1.41,68	— 0,34	— 1.42,02
12 ^{me} Période.							
	Du 6	au	7	— 0,23	— 2.37,21	— 2,63	— 2.39,84
	» 7	»	8	+ 0,14	— 2.41,08	+ 1,60	— 2.39,48
	» 8	»	9	+ 0,38	— 2.44,48	+ 4,33	— 2.40,12
	» 9	»	10	— 0,06	— 2.38,89	— 0,68	— 2.39,57
	» 10	»	11	+ 0,21	— 2.42,84	+ 2,39	— 2.40,45
13 ^{me} Période.							
	Du 12	au	13	+ 0,06	— 3.38,45	+ 0,68	— 3.37,77
	» 13	»	14	— 0,60	— 3.30,78	— 6,84	— 3.37,62
	» 14	»	15	— 0,23	— 3.34,56	— 2,63	— 3.37,19
	» 15	»	16	+ 0,33	— 3.40,53	+ 3,76	— 3.36,77
	» 16	»	17	+ 0,34	— 3.42,02	+ 3,87	— 3.38,15
14 ^{me} Période.							
	Du 18	au	19	+	+ 1.45,53	+ 18,15	+ 2. 3,68
	» 19	»	20	+	+ 1.49,80	+ 16,75	+ 2. 6,55
	» 20	»	21	+	+ 1.48,00	+ 17,68	+ 2. 5,68
	» 21	»	22	+	+ 1.49,65	+ 16,64	+ 2. 6,29
	» 22	»	23	+ 16	+ 1.53,63	+ 13,32	+ 2. 6,95
Période. Marche moyenne.							
				11 ^{me}	— 1.41,264		
				12 ^{me}	— 2.39,892		
				13 ^{me}	— 3.37,500		
				14 ^{me}	+ 2. 5,830		

Dans le tableau, les valeurs de y sont les valeurs définitives et réduites. Les moyennes des séries ont une décimale de plus, affectée par les corrections de 2^{me} ordre, ce qui donne :

$x =$	-3	-2	-1	0	+1	+2	+3
y observé =	+2.6,350	+1.9,549	+0.12,152	-0.44,302	-1.41,730	-2.39,938	-3.37,081

et comme formule :

$$y = - 0^m.44,6328 - 57,2553 x - 0,09180 x^2$$

dont le calcul donne :

x	y	Obs.—calcul.=
-3	$y = + 2^m. 6^s,307$	+ 0,043
-2	$+ 1^m. 9^s,511$	+ 0,038
-1	$+ 0^m. 12^s,531$	- 0,379
0	$- 0^m. 44^s,633$	+ 0,331
+1	$- 1^m. 41^s,980$	+ 0,250
+2	$- 2^m. 39^s,511$	- 0,427
+3	$- 3^m. 37^s,225$	+ 0,144

d'où l'on conclut comme erreurs moyennes :

Erreur moyenne d'une série	$\pm 0^s,361$
» » de A	$\pm 0^s,079$
» » de B	$\pm 0^s,068$
» » de C	$\pm 0^s,039$

Conséquences des résultats précédents.

Nous avons cherché à effectuer sur les marches observées toutes les réductions et corrections nécessaires, y compris celles des variations accidentelles, en vue d'obtenir, pour sept températures progressives, les

formules les plus exactes pour représenter les marches moyennes de quatre types de chronomètres, qui sont :

- 1^{er} type : Balancier non compensé, spiral en acier,
- 2^{me} type : Balancier non compensé, spiral en palladium,
- 3^{me} type : Balancier compensé, spiral en acier,
- 4^{me} type : Balancier compensé, spiral en palladium.

Nous devons, au moyen des données numériques obtenues, déduire les formules qui représentent le mieux :

- 1^o Le rôle d'un spiral en acier,
- 2^o Le rôle d'un spiral en palladium,
- 3^o Le rôle d'un balancier compensé pour spiral en acier,
- 4^o Le rôle d'un balancier compensé pour spiral en palladium.

Balancier non compensé :

La durée d'une oscillation a pour expression :

$$T = \pi \sqrt{\frac{I L}{E J}}$$

équation où les lettres représentent :

- I le moment d'inertie du balancier autour de son axe;
- J celui de la section du spiral par rapport à sa fibre neutre;
- L la longueur du spiral;
- E le coefficient d'élasticité du métal dont est formé le spiral.

Soit i le binôme de dilatation linéaire du balancier, et j celui du spiral, à une température x , les valeurs $i = j = 1$ se rapportant à la température $x = 0$ (+ 20° centigr.); les quantités précédentes deviennent :

$$Ii^3, Jj^3, Lj, E_x$$

et la durée d'une oscillation est :

$$T_x = T_0 i \sqrt{\frac{E}{j^3 E_x}}$$

Soient D_0, D_x la durée exacte du parcours des aiguilles sur la division d'une seconde du cadran, ces quantités sont proportionnelles à T_0, T_x . Les marches ont pour valeurs :

A 20° :

$$m_0 = \frac{86400}{D_0} - 86400$$

et à $20^\circ + 5x$:

$$m_x = \frac{86400}{D_x} - 86400$$

d'où l'on tire :

$$\frac{86400 + m_x}{86400 + m_0} = \frac{D_0}{D_x} = \frac{T_0}{T_x}$$

c'est-à-dire :

$$\frac{86400 + m_x}{86400 + m_0} = \frac{1}{i} \sqrt{j^3 \frac{E_x}{E}}$$

Or le radical représente l'influence du spiral; en la désignant par S_x , on aura :

$$S_x = i \left(1 + \frac{m - m_0}{86400 + m_0} \right)$$

et :

$$\frac{E_x}{E} = \frac{S_x^2}{j^3}$$

Au moyen des valeurs observées de m_x ou de la formule qui les représente, l'on pourra donc obtenir l'influence du spiral à toute température, celle à 20° étant 1. On aura de même la variation relative du coefficient d'élasticité avec la température. On voit par là l'importance qu'a l'étude des marches d'un chronomètre sans compensation.

Pour effectuer les opérations précédentes, il est commode de les développer en série, en négligeant les termes du troisième ordre.

On peut, pour les coefficients de dilatation, employer les chiffres de M. Fizeau. En prenant les notations mêmes inscrites dans l'*Annuaire du Bureau des Longitudes*, on a comme allongement entre deux températures t et t' :

$$\left[\alpha_{40} + \left(\frac{\Delta \alpha}{\Delta \theta} \right) \left(\frac{t' + t}{2} - 40 \right) \right] (t' - t)$$

Posant

$$i = 1 + \beta x + \gamma x^2,$$

ce même allongement vaut :

$$\beta (x' - x) + \gamma (x'^2 - x^2)$$

Égalant ces deux expressions, posant $t = 20 + 5x$, $t' = 20 + 5x'$ et identifiant les résultats, on en déduit les relations :

$$\beta = 5 \alpha_{40} - 100 \left(\frac{\Delta \alpha}{\Delta \theta} \right)$$

$$\gamma = -\frac{100}{8} \left(\frac{\Delta \alpha}{\Delta \theta} \right)$$

$$\alpha_{40} = \frac{\beta + 8\gamma}{5}$$

$$\left(\frac{\Delta \alpha}{\Delta \theta} \right) = 0,08 \gamma$$

$$\frac{E_x}{E} = 0,9714$$

et la variation de E est donc très faible.

Balancier compensé :

Dans le cas présent, le balancier ne subit plus seulement une dilatation, mais aussi une déformation.

Désignant par I_x son moment d'inertie à la température x , nous aurons :

$$T_x = T_0 \sqrt{\frac{I_x}{I} \frac{E}{j^2 E_x}}$$

Appelant μ_x la marche observée, on a d'ailleurs :

$$\frac{T_x}{T_0} = \frac{86400 + \mu_0}{86400 + \mu_x}$$

d'où l'on tire, comme expression du rôle du balancier :

$$\sqrt{\frac{I_x}{I}} = \frac{S_x}{1 + \frac{\mu_x - \mu_0}{86400 + \mu_0}}$$

Connaissant les quantités S_x , on pourra donc évaluer l'action du balancier.

On peut également simplifier, en posant :

$$\mu_x = A' + B'x + C'x^2$$

ce qui donne

$$\mu_0 = A'$$

et

$$\sqrt{\frac{I_2}{I}} = 1 - 0,0006408 x - 0,00000024 x^2$$

serons un
à + 20°
la marche

$$\text{Spiral en palladium } m_x = - 52,837 x - 0,0800 x^2$$

Les marches de ces chronomètres sont alors :

Température	5°	10°	15°	20°	25°	30°	35°
Acier	-130°,40	- 88°,26	+44°,79	0°,00	-46°,12	- 93°,56	-142°,32
Palladium	+157°,79	+103°,35	+52°,76	0°,00	-52°,92	-106°,00	-159°,23

Ces quantités représentent le rôle du spiral seul.

cette accrescence n'affecte que le tissu sous-jacent aux lobes, sans s'étendre jusqu'à celui qui porte les mamelons staminaux, de sorte que l'insertion des étamines ne varie pas pendant la formation du tube. Or il existe chez les Plumbaginées, groupe voisin des Primulacées, des espèces à fleurs gamopétales dans lesquelles les étamines, à l'état normal, conservent leur indépendance primitive et il est intéressant de voir cette structure de transition entre les deux familles se reproduire accidentellement dans l'une d'elles, ainsi que cela s'est passé chez le *Cyclamen Neapolitanum* du Grand-Saconnex et les deux autres espèces observées par MM. Baillon et Marchand.

EXPLICATION DE LA PLANCHE

Fig. 1. Première fleur, de grandeur naturelle. S, sépale foliacé.

Fig. 2. Diagramme de la même fleur, e, étamines; f, organes foliacés; g, écailles; m, mamelon central.

Fig. 3. Même fleur dont on a enlevé les sépales ainsi que la corolle, pour montrer les organes internes fortement grossis.

Fig. 4. Seconde fleur fortement grossie dont on a enlevé les limbes des sépales ainsi qu'une moitié de la corolle; s, support intercalé entre les sépales et la corolle; g, écailles.

Fig. 5. Diagramme de la seconde fleur.

Fig. 6. Diagramme de la troisième fleur. P, pistil rudimentaire.

Fig. 7. Ce pistil fortement grossi.

Fig. 8. Coupe transversale du même pistil.

MÉMOIRES
DE LA
DE PHYSIQUE ET D'HISTOIRE NATURELLE DE GENÈVE
Tome XXIX. — N° 8.

APHIDEÆ FEEANÆ

INCLUS. TRIB. AFFINIBUS

ON GRAPHIDEÆ exoticæ ACHARII, EL. FRIESII et ZENKERI

STUDIO SPECIMINUM ORIGINALIUM EXPOSITÆ

ET IN

NOVAM DISPOSITIONEM ORDINATÆ

AUCTORE

Dr J. MÜLLER

GENÈVE
IMPRIMERIE CHARLES SCHUCHARDT

1887

51

GRAPHIDEÆ FEEANÆ

Lichenes hoc loco expositi, thallo crustaceo, gonidiis chroolepoideis et apotheciis gymnocarpicis nunc orbicularibus, nunc lirelliformibus recognoscendi sunt. Acharianos¹ ex hb. Ach. Helsingforsiae servati coram habui, insigni benevolentia cl. prof. Norrlin mihi submissos; Friesianos² ipsis originalibus ex herbario patris amicissime mihi misit prof. Th. M. Fries; Zenkerianos³ olim ex hb. Hampeano habui, et Feeanos⁴ dein summa benevolentia e Rio de Janeiro utendas dedit cl. Glaziou. Ab eodem fautore non solum Graphideas, sed etiam reliquos omnes Lichenes a cel. Fée in Essai et Supplément descriptos recepi, quos omnes brevi tempore, e novo studio quasi iterum editurus sum. Pyrenocarpeæ solæ enim operis Féeani hucusque non complete elaboravi, at omnium reliquorum Lichenum revisio, jam peracta, alibi (in cl. Roumeguerii Revue mycologique), simul cum his Graphideis typis curatur.

Conspectus tribuum, subtribuum et generum.

TRIB. I. **Biatorinopsidæ**, apothecia orbiculari-biatorina. — Margo simplex, thallinus apotheciorum nullus, discus non urceolaris.

1. BIATORINOPSIS.

TRIB. II. **Thelotremae**, apothecia orbiculari-lecanorina; margo exterior crassus thallinus, interior proprius; discus urceolari-demersus.

¹ Acharius, Prodomus, 1798; Methodus, 1803; Lichenographia universalis, 1810; Synopsis, 1814.

² El. Fries, Vetersk. Akad. Handl. 1820, Systema Orbis vegetab. 1825.

³ Zenker, in Gæbel, Pharm. Waarenk. I, 1827-1829.

⁴ Fée, Essai sur les Cryptogames des écorces exotiques officinales, 1824; et Supplément à l'Essai, 1837.

Trib. I. BIATORINOPSIDEÆ Müll. Arg.

Apothecia orbiculari-patellaria, (colorato-) biatorina; margo simplex, proprius, thallinus exterior deficiens; discus non urceolari-demersus. — A *Lecideis* et præsertim a *Patellariæ* sect. *Biatorina* differunt gonidiis chroolepoideis.

1. BIATORINOPSIS Müll. Arg. L. B. n. 254. Apothecia lecideina, margine proprio cincta (colorata); paraphyses non connexo-ramosæ; sporæ hyalinæ, transversim (semel) divisæ. — Characteres et habitus ut in *Patellariæ* sect. *Biatorina*, sed gonidia sunt chroolepoidea.

Biatorinopsis lutea Müll. Ag. L. B. n. 254. Hujus loci sunt *Lecidea bifor-mis* Fée Ess. p. 11, et *Lecidea hypoxantha* Fée Ess. Suppl. p. 109; *Lecidea patellula* Fée Ess. p. 110, t. 27, f. 3; *Lecidea lutea* Schær. Enum. p. 147. — Species bene nota. Apothecia omnia v. pro parte hinc inde quam vulgo minora (et subinde expal-lentia) et illa *B. pineti* (Ach.) simulantia, et tum recognoscenda sporis angustioribus, 8-14 μ longis, 2 $\frac{1}{2}$ -3 $\frac{1}{2}$ (— 4) μ latis. — Cinchonicola (ad specim. Féeana).

Trib. II. THELOTREMEÆ Müll. Arg.

Apothecia orbiculari-lecanorina; margo duplex, exterior thallinus, interior pro-prius, nigricans aut pallidus; discus urceolari-demersus. — Paraphyses omnium liberæ, non intricatim trabeculato-connexæ. — Ab *Urceolariis* recedunt gonidiis chroo-lepoideis.

1. OCELLULARIA Müll. Arg. Lichenol. Beitr. n. 365; — Spreng. Syst. Veg. 4, p. 237 et 242 pr.p.

Sporæ ut in *Graphidibus*, hyalinæ, transversim divisæ, loculi lentiformes.

curta	39
frumentaria	43
globosa	40
gracilis	39
hiascens	42
incrustans	47
marcescens	42
obtrita	46
oryzæformis	40
Pelletieri	42
plagiocarpa	41
Poitæi	45
reniformis	43
rubiginosa	44

canaliculata F.=Graphina canalicu- lata	38
caribæa Ach., F.=Arthonia caribæa.	56
Cascarillæ F.=Phæographis Casca- rillæ.....	27
chlorocarpa F.=Graphina chloro- carpa.	44
cinerea	29
cinnabarina F.=Phæographis cin- nabarina	27
cleistomma Nyl., vid. Graphinam clei- tops.....	41
cleitops F.=Graphina cleitops.....	41
? cometia F.=Graphina virginea...	46

	Pages		Pages
Thelotrema lepadinum Ach. . 11, sub n. 5		Trypethelium mastoideum Ach. = Ar-	
leucinum	10	thonia granulosa	70
myriocarpum F.	11	sordidescens F. = Enterostigma	
myrioporum Krph. = Ocellularia oli-		compunctum	70
vacea	7	verrucarioides F. = Chiodecton ver-	
Myriotrema Nyl. = Ocellularia alba. .	6	rucarioides	69
obturatum Ach. = Ocellularia obtu-		Urceolaria Bonplandiæ F. = Platygra-	
rata	9	pha viridescens	14
olivaceum Montg. = Ocellularia Bon-		Cinchonarum F. = Ocellularia Féeana	9
plandiæ	8	viridescens F. = Platygrapha virides-	
quitoense F. (dubium)	11	cens	14
terebratulum Ach. , F. = Ocellularia		Ustalia figurata Fr. = Arthonia rubella. .	56
terebratula	7	Variolaria parasema Zenk. = Gyrostom-	
umbratum F. = Leptotrema umbra-		um scyphuliferum	52
tum	12	Verrucaria aspistea Zenk. = Melaspilea	
urceolare Ach. = Leptotrema urceo-		Zenkeriana	22
lare	12	cincta F. = Chiodecton quassiæcolum,	
urceolare F. = Th. leucinum.	10	spermogoniferum	70
verrucosum F. = Ocellularia Cincho-		parasema Zenk. = Gyrostomum scy-	
narum 3 verrucosa	6	phuliferum	52

MÉMOIRES
DE LA
SOCIÉTÉ DE PHYSIQUE ET D'HISTOIRE NATURELLE DE GENÈVE
TOME XXIX. — N° 9.

NOTE
SUR LA
THÉORIE DES HALOS

PAR
CH. CELLÉRIER

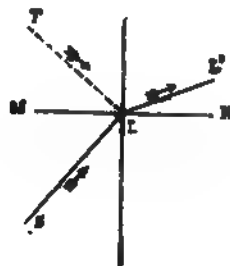
GENÈVE
IMPRIMERIE CHARLES SCHUCHARDT

1887

C. J. S.

§ 1. Théorie du prisme.

N° 1. *Formules de la réfraction dans l'espace.* — Soient n l'indice de réfraction d'un milieu : SL un rayon incident, LL' le rayon réfracté, MLN la normale à la surface réfringente, i l'angle intérieur NLL', et r l'angle extérieur SLM, de sorte que $\sin r = n \sin i$.



Désignons par α, β, γ , les cosinus de LL', c'est-à-dire ceux des angles que fait cette droite avec trois axes rectangulaires; soient aussi a, b, c , ceux de LN, et en les considérant comme connus, cherchons les cosinus f, g, h , de SL. Nous laisserons de côté le cas où LL' tomberait sur LN.

Si l'on pose

$$A = b\gamma - c\beta, \quad B = ca - a\gamma, \quad C = a\beta - bx,$$

ces expressions ne peuvent être toutes trois nulles, car en ajoutant leurs carrés, on aurait

$$0 = (a^2 + b^2 + c^2)(\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2) - (a\alpha + b\beta + c\gamma)^2,$$

et comme

$$a\alpha + b\beta + c\gamma = \cos i,$$

il en résulterait $1 - \cos^2 i = 0$, ou $i = 0$, et c'est le cas que nous venons d'exclure. Nous pouvons donc supposer par exemple C différente de 0 . On a identiquement

$$Ax + B\beta + C\gamma = 0, \quad Aa + Bb + Cc = 0.$$

Par conséquent les cosinus de la normale au plan de réfraction, qui doivent satisfaire ces mêmes équations, sont proportionnels à A, B, C . On aura donc aussi

$$Af + Bg + Ch = 0.$$

Il en résulte qu'on peut choisir les coefficients x, y , de manière à avoir

$$(1) \quad f = y\alpha - x\alpha, \quad g = y\beta - xb, \quad h = y\gamma - xc.$$

En effet on peut tirer des deux premières équations les valeurs de x, y , leur dénominateur commun $a\beta - b\alpha$ ou C n'étant pas nul ; les valeurs (1) de f, g , étant alors exactes, si on les substitue dans la relation

$$Af + Bg + Ch = 0,$$

et qu'on en déduise h dont le coefficient est encore C , on trouvera $h = y\gamma - xc$.

Il ne reste donc qu'à déterminer x et y ; nous supposons que le sens des droites correspondant aux cosinus est celui qu'indiquent les flèches. Il en résulte

$$\cos i = a\alpha + b\beta + c\gamma, \quad \cos r = af + bg + ch.$$

En ajoutant soit les produits des équations (1) par a, b, c , soit leurs carrés, on trouvera

$$\cos r = y \cos i - x, \quad 1 = x^2 + y^2 - 2xy \cos i = (y \cos i - x)^2 + y^2 \sin^2 i,$$

ou

$$1 = \cos^2 r + y^2 \sin^2 i. \quad y^2 = \frac{\sin^2 r}{\sin^2 i} = n^2, \quad y = \pm n.$$

Le double signe provient de ce que ces relations sont également satisfaites par une droite TL symétrique de SL de l'autre normale. Elle fait avec LL' un angle aigu plus grand que l'angle, qu'on trouve en ajoutant les équations (1) α, β, γ , est

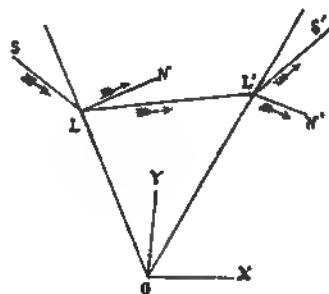
$$\alpha f + \beta g + \gamma h = y - x \cos i.$$

On doit donc prendre pour y la valeur qui rend ce cosinus le plus grand ou $y = +n$. Il en résulte

$$(2) \quad f = n\alpha - xa, \quad g = n\beta - xb, \quad h = n\gamma - xc, \quad x = n \cos i - \cos r.$$

Ce sont les formules générales cherchées. Elles restent évidemment exactes dans le cas exclu, où l'on aurait $i = r = 0, \alpha = a, \beta = b$, et $\gamma = c$.

N° 2. Formules du prisme. — Représentons dans la figure la section



droite du prisme, l'angle réfringent étant $LOL' = \omega$. Pour tout rayon qui le traverse et se projette est SLL'S', nous désignons par i, i' les

qu'en effet, i et i' étant donnés, le rayon peut avoir deux directions différentes, symétriques par rapport au plan de la section droite.

Portions extérieures du rayon et déviation. Les cosinus f, g, h de SL seront donnés par les équations (2) dans lesquelles les désignations des lettres étaient les mêmes. Quant à f', g', h' , cosinus de L'S', remarquons que si on changeait le sens des flèches pour LL', L'N', L'S', ces droites formeraient une figure identique à celle qui a été employée au numéro précédent, et les équations (2) seraient satisfaites ; si on restitue à chaque droite son sens, tous les cosinus ne font que changer de signe, et les équations restent les mêmes. On aura donc

$$f' = n\alpha - x'a', \quad g' = n\beta - x'b', \quad h' = n\gamma - x'c', \quad x' = n \cos i' - \cos r',$$

où a', b', c' sont les cosinus de L'N'.

En désignant par δ la *déviation* ou l'angle de SL, L'S', on aura $\cos \delta = ff' + gg' + hh'$, ou d'après les formules précédentes

$$\cos \delta = n^2 - nx(\alpha\alpha' + \beta\beta' + \gamma\gamma') - nx'(a'a' + b'b' + c'c') + xx'(\alpha\alpha' + \beta\beta' + \gamma\gamma').$$

D'ailleurs ω étant l'angle des deux normales, on peut substituer

$$\alpha\alpha' + \beta\beta' + \gamma\gamma' = \cos \omega, \quad \alpha\alpha + \beta\beta + \gamma\gamma = \cos i, \text{ etc.}$$

d'où résulte

$$(4) \quad \cos \delta = n^2 - nx \cos i - nx' \cos i' + xx' \cos \omega.$$

N° 3. *Conditions que doivent satisfaire i, i' .* — Nous désignerons par ρ l'expression $\sqrt{n^2 - 1}$, par λ l'angle limite de réflexion totale, ce qui entraîne les relations

$$(5) \quad \sin \lambda = \frac{1}{n}, \quad \rho = \sqrt{n^2 - 1} = \cot \lambda, \quad \cos \lambda = \frac{\rho}{n}.$$

Pour un rayon quelconque supposons menées des droites OA, OA', OC, parallèles à LN, L'N', LL', et de même sens ; on aura $\text{AOA}' = \omega$, $\text{AOC} = i$, $\text{A'OC} = i'$; ainsi aucun rayon LL' ne peut correspondre à des valeurs données de i, i' , à moins que le trièdre OAA'C ne soit possible, ou qu'on n'ait $\omega < i + i'$ et $\omega > i - i'$ ou $i' - i$, ou ce qui revient au même, à moins que $\cos \omega$ ne soit compris entre $\cos (i \pm i')$. Mais si cette condition est satisfaite, on peut construire le trièdre et en menant LL' parallèle à OC, cette droite, puisque i est aigu, se dirigera bien à partir de L à l'intérieur du prisme, et puisque i' est aigu, elle ira bien rencontrer la seconde face en un point L'. Ensuite pour qu'à LL' correspondent des portions extérieures du rayon, il faut que i et i' soient compris entre 0 et λ . Puisque $\omega < i + i'$ il en résulte

$$(6) \quad \omega < 2\lambda,$$

condition sans laquelle aucun rayon ne peut traverser le prisme.

Comme on l'a vu, l'expression

$$[\cos \omega - \cos (i + i')] [\cos \omega - \cos (i - i')]$$

doit être négative. Ainsi, en remplaçant $\cos (i \pm i')$ par sa valeur, les conditions que i et i' doivent satisfaire seront les suivantes :

$$(7) \quad \begin{cases} i \text{ et } i' \text{ sont compris entre } 0 \text{ et } \lambda : \text{ en outre } P > 0, \\ P = \sin^2 i \sin^2 i' - (\cos \omega - \cos i \cos i')^2. \end{cases}$$

Les rayons pour lesquels on a $P = 0$ sont compris dans une section droite du prisme, puisqu'on a alors $\cos \omega = \cos (i \pm i')$, $\omega = i + i'$ ou $\pm (i - i')$ et que le trièdre se réduit à un plan ; il en sera ainsi quand i ou i' est nul.

En général, les faces AOC, A'OC du trièdre sont parallèles aux deux plans de réfraction ; en désignant par G l'angle de ceux-ci, on aura donc

$$(8) \quad \cos G = \frac{\cos \omega - \cos i \cos i'}{\sin i \sin i'}.$$

d'où

$$\frac{1}{2} \sin^2 p = \frac{(\cos i + \cos i')^2}{\cos^2 \frac{1}{2} \omega} + \frac{(\cos i - \cos i')^2}{\sin^2 \frac{1}{2} \omega};$$

$\sin p$ aura sa valeur minima quand $\cos i - \cos i'$ sera nul et $\cos i + \cos i'$ le plus petit possible, c'est-à-dire en prenant $i = i' = \lambda$; les conditions (7) sont d'ailleurs satisfaites puisque $\omega < i + i'$ ou $< 2\lambda$. Ainsi en désignant par p' le maximum d'inclinaison d'un rayon sur le plan de la section droite, on aura $p' = \frac{\pi}{2} - p$, et d'après les relations (5),

$$(9) \quad \cos p' = \frac{\cos \lambda}{\cos \frac{1}{2} \omega} = \frac{\rho}{n \cos \frac{1}{2} \omega}.$$

Dans ce cas, comme dans tous ceux où $i = i'$, on voit par les équations (3) que $q = 0$, et LL' , projection du rayon sur la section droite, forme un triangle OLL' isocèle.

N° 4. *Emploi de x, x' comme variables.* — On a identiquement

$$(n \cos i - \cos r) (n \cos i + \cos r) = n^2 \cos^2 i - (1 - n^2 \sin^2 i) = n^2 - 1 = \rho^2;$$

ainsi d'après les formules (2),

$$n \cos i - \cos r = x, \quad n \cos i + \cos r = \frac{\rho^2}{x}.$$

On en peut tirer les valeurs de $\cos i, \cos r$, et celles de $\cos i', \cos r'$ seront analogues, d'où résulte l'ensemble de relations suivant

$$(10) \quad \begin{cases} n \cos i - \cos r = x, & \cos i = \frac{\rho^2 + x^2}{2nx}, & \cos r = \frac{\rho^2 - x^2}{2x}, \\ n \cos i' - \cos r' = x', & \cos i' = \frac{\rho^2 + x'^2}{2nx'}, & \cos r' = \frac{\rho^2 - x'^2}{2x'}. \end{cases}$$

Substituant les valeurs de $\cos i$, $\cos i'$ dans la formule (4) on aura

$$2 \cos \delta = 2n^2 - (\rho^2 + x^2) - (\rho^2 + x'^2) + 2xx' \cos \omega, \quad \text{où } 2n^2 = 2\rho^2 + 2,$$

ou

$$(11) \quad 2 - 2 \cos \delta = 4 \sin^2 \frac{1}{2} \delta = x^2 + x'^2 - 2xx' \cos \omega.$$

Si donc on prend pour variables x, x' au lieu de i, i' , on voit que $\cos i, \cos r, \cos i', \cos r'$, en sont des fonctions rationnelles, et que δ a une expression beaucoup plus simple. Ce changement est donc essentiel pour la recherche que nous allons faire du minimum et du maximum de déviation, et surtout pour l'application des formules aux halos, dans laquelle la déviation elle-même devra être prise pour une des variables.

On voit par l'équation $n \cos i + \cos r = \frac{\rho^2}{x}$, que si i et par suite r augmente, $\frac{\rho^2}{x}$ diminue, et x augmente; quand i croît de 0 à λ et par conséquent r de 0 à 90° , $n \cos i - \cos r$ ou x croît donc constamment de $n - 1$ à $n \cos \lambda$ ou à ρ , et de même i' croissant de 0 à λ , x' croît de $n - 1$ à ρ .

La valeur (7) de P, en substituant

$$\sin^2 i \sin^2 i' = (1 - \cos^2 i) (1 - \cos^2 i'),$$

donne

$$-P = \cos^2 i + \cos^2 i' - 2 \cos i \cos i' \cos \omega - \sin^2 \omega.$$

Le second terme peut s'écrire

leur

$\cos \omega$.

itifs ;

o, se

trouvera dans la section droite du prisme.

N° 5. *La valeur minima de la déviation ne peut correspondre qu'à des valeurs égales de x, x' . Son maximum ne peut correspondre qu'à des valeurs de x, x' dont l'une au moins soit égale à ρ . En effet*

1° On a

$$4 \sin^2 \frac{1}{2} \delta = H = (x - x')^2 + 2xx' (1 - \cos \omega).$$

Si le minimum de δ correspondait à des valeurs inégales de x, x' ,

faisons-les varier de façon que leur produit reste constant, mais qu'elles se rapprochent de l'égalité. Elles seront encore comprises entre $n - 1$ et ρ ; la valeur ci-dessus de δ et H aura diminué avec $(x - x')^2$; la valeur (12) de H' qui est positive et ne contient que xx' n'aura pas changé, de sorte que Q sera encore positive; ainsi les conditions (12) seraient encore satisfaites, et δ aurait diminué, contrairement à l'hypothèse.

2° Le maximum de δ ne peut correspondre à des valeurs de x, x' toutes deux inférieures à ρ ; en effet s'il en était ainsi augmentons-les dans un même rapport; nous pourrions le faire de façon qu'elles restent comprises entre $n - 1$ et ρ . L'inégalité $Q > 0$ peut s'écrire

$$\frac{Q}{x^2 x'^2} > 0 \quad \text{ou} \quad 1 - \sin^2 \omega - \frac{H}{xx'} \cdot \frac{H'}{xx'} > 0.$$

En posant $xx' = z$, on a

$$\frac{H'}{xx'} = z + \frac{\rho^4}{z} - 2\rho^2 \cos \omega, \quad \frac{d}{dz} \left(\frac{H'}{xx'} \right) = 1 - \frac{\rho^4}{z^2}.$$

Comme $z = xx' < \rho^2$, cette dérivée est négative, et en augmentant xx' on a diminué $\frac{H'}{xx'}$. En même temps on a

$$\frac{H}{xx'} = \frac{x}{x'} + \frac{x'}{x} - 2 \cos \omega,$$

quantité qui n'a pas changé. Ainsi $\frac{Q}{x^2 x'^2}$ a augmenté, les conditions (12) sont encore satisfaites, et cependant en faisant croître x et x' dans un même rapport, on a augmenté la valeur (11) de δ , contrairement à l'hypothèse.

N° 6. *Réduction des formules dans les deux cas.* — En faisant $x' = x$ pour trouver le minimum de déviation, ou $x' = \rho$, pour trouver son maximum, il ne reste qu'une seule variable x , et dans les deux systèmes de formules la réduction des inégalités présente une telle similitude, qu'il convient de les traiter simultanément.

Premier système de formules. En posant $x' = x$, les équations (12) donnent

$$-Q = HH' - 4x^4 (1 - \cos^2 \omega), \quad H = 2x^2 (1 - \cos \omega), \quad -\frac{Q}{H} = H' - 2x^2 (1 + \cos \omega),$$

et la condition $Q > 0$ se réduit à

$$H' - 4x^2 \cos^2 \frac{1}{2} \omega < 0, \quad \text{ou} \quad x^4 + \rho^4 - 2\rho^2 x^2 \cos \omega - 4x^4 \cos^2 \frac{1}{2} \omega < 0.$$

On peut l'écrire, en substituant $\rho^2 + 1 = n^2$,

$$(x^2 + \rho^2)^2 - 4n^2 x^2 \cos^2 \frac{1}{2} \omega < 0,$$

et supprimer au premier membre le facteur

$$x^2 + \rho^2 + 2nx \cos \frac{1}{2} \omega,$$

toujours positif. En même temps l'équation (11) devient $4 \sin^2 \frac{1}{2} \delta = 4 x^2 \sin^2 \frac{1}{2} \omega$. Ainsi cette valeur et les conditions (12) se réduisent à

$$(13) \quad \begin{cases} \sin \frac{1}{2} \delta = x \sin \frac{1}{2} \omega \text{ en supposant } x \text{ entre } n - 1 \text{ et } \rho, \\ \text{et } Q' < 0 : Q' = x^4 - 2nx \cos \frac{1}{2} \omega + \rho^2. \end{cases}$$

Deuxième système. En posant $x' = \rho$, on aura de même

$$H = x^2 + \rho^2 - 2\rho x \cos \omega, \quad H' = \rho^2 x^2 + \rho^4 - 2\rho^2 x \cos \omega = \rho^2 H,$$

et la condition $Q > 0$ ou $\frac{Q}{\rho^2} > 0$, prend la forme

$$H^2 - 4x^2 \sin^2 \omega < 0.$$

On peut supprimer au premier membre le facteur $H + 2x \sin \omega$, toujours positif; substituant dans l'autre la valeur de H , les relations (11) et (12) prendront la forme

$$(14) \quad \begin{cases} 4 \sin^2 \frac{1}{2} \delta = x^2 + \rho^2 - 2\rho x \cos \omega, \text{ en supposant } x \text{ entre} \\ n-1 \text{ et } \rho \text{ et } Q'' < 0 : Q'' = x^2 - 2x(\rho \cos \omega + \sin \omega) + \rho^2. \end{cases}$$

Simplification des inégalités. — Désignons par h la plus petite racine de $Q' = 0$ ou de $Q'' = 0$, et par h' la plus grande. Comme la racine h sera bientôt employée il est superflu de démontrer maintenant que h, h' sont réelles, ce qu'on pouvait d'ailleurs prévoir.

On a, d'après les relations (5),

$$\rho \cos \omega + \sin \omega = \cot \lambda \cos \omega + \sin \omega = \frac{\cos (\omega - \lambda)}{\sin \lambda},$$

résultat positif, puisque $\omega - \lambda$ est compris, d'après la condition (6), entre $\pm \lambda$. Ainsi le coefficient de x est négatif dans Q'' comme dans Q' , et dans l'une et l'autre $\rho^2 = h h'$; il en résulte que h, h' sont positives et que ρ est compris entre elles.

La substitution de $n - 1$ à x rend Q' et Q'' positives; en effet on a pour le résultat

$$Q' = (n-1)^2 + (n^2-1) - 2n(n-1) \cos \frac{1}{2} \omega = 2n(n-1)(1 - \cos \frac{1}{2} \omega) > 0,$$

$$Q'' = (n-1)^2 + (n^2-1) - 2(n-1)(\cot \lambda \cos \omega + \sin \omega),$$

ou

$$Q'' = 2(n-1) \left[n - \frac{\cos (\omega - \lambda)}{\sin \lambda} \right] = 2(n-1) \frac{1 - \cos (\omega - \lambda)}{\sin \lambda} > 0.$$

Il en résulte que $n - 1$ est non comprise entre h et h' , et comme on a vu que

$n - 1 < \rho < h'$, il faut que $n - 1 < h$.

La condition $Q' < 0$ ou $Q'' < 0$ que x doit satisfaire, exprime que x est compris entre h et h' ; il doit l'être aussi entre $n - 1$ et ρ , et nous venons de trouver que

$$h' > \rho > h > n - 1;$$

ainsi les deux conditions réunies se réduisent à ce que x doit être compris entre ρ et h . Il en est ainsi dans chacun des deux systèmes de formules.

N° 7. Minimum de déviation. — Nous le trouverons en prenant dans les formules (13) δ et par suite x le plus petit possible; puisque x est compris entre ρ et h on doit donc prendre $x = h$. En posant $Q' = 0$ on trouve

$$x \text{ ou } h = n \cos \frac{1}{2} \omega = \sqrt{n^2 \cos^2 \frac{1}{2} \omega - (n^2 - 1)}.$$

En prenant r tel que $\sin r = n \sin \frac{1}{2} \omega$, il en résulte

$$h = n \cos \frac{1}{2} \omega = \cos r, \quad \sin \frac{1}{2} \delta = h \sin \frac{1}{2} \omega = \sin r \cos \frac{1}{2} \omega = \cos r \sin \frac{1}{2} \omega.$$

Ainsi en désignant par Δ le minimum de déviation, on a

$$(15) \quad \frac{1}{2} \Delta = r - \frac{1}{2} \omega, \quad \text{où} \quad \sin r = n \sin \frac{1}{2} \omega.$$

Le rayon correspondant est dans la section droite puisque $x = h$ et satisfait $Q' = 0$ ou $Q = 0$. D'ailleurs $x' = x$ ou $i' = i$ de sorte que le triangle OLL' est isocèle. C'est la valeur connue du minimum.

N° 8. Maximum de déviation. — Les formules (14) qui lui correspondent donnent

$$4 \sin^2 \frac{1}{2} \delta = (x - \rho \cos \omega)' + \rho^2 \sin^2 \omega.$$

Parmi les valeurs de x supérieures à $\rho \cos \omega$, celle qui rend δ le plus grand est $x = \rho$, puisque x est compris entre ρ et h . Quant aux valeurs de $x < \rho \cos \omega$, il n'en existe que si $h < \rho \cos \omega$, et dans ce cas, c'est parmi elles $x = h$ qui rend δ maximum. Ainsi le maximum de δ sera ou δ' qui correspond à $x = \rho$, ou δ'' qui correspond à $x = h$. Ce sera δ'' dans le cas où h s'écarte plus que ρ du nombre $\rho \cos \omega$, ou celui où l'on a

$$\rho - \rho \cos \omega < \rho \cos \omega - h, \quad \text{ou} \quad h < \rho (2 \cos \omega - 1).$$

Valeur de δ' . En posant $x = \rho$ on a

$$(16) \quad 4 \sin^2 \frac{1}{2} \delta' = 2\rho^2 (1 - \cos \omega) \quad \text{ou} \quad \sin \frac{1}{2} \delta' = \rho \sin \frac{1}{2} \omega.$$

Comme x et x' sont égales, la projection du rayon fait un triangle isoscèle, et leur valeur commune étant ρ , on a $i = i' = \lambda$. Le rayon est donc celui qui correspond au maximum ρ' d'inclinaison, comme on l'a vu au n° 3.

Valeur de δ'' . Quand $x = h$, les formules (14) donnent

$$4 \sin^2 \frac{1}{2} \delta'' = h^2 - 2\rho h \cos \omega + \rho^2, \quad \text{ou} \quad 2 \sin^2 \delta'' = h \sin \omega,$$

puisque

$$Q'' = 0, \quad \text{ou} \quad h^2 - 2h (\rho \cos \omega + \sin \omega) + \rho^2 = 0.$$

L'équation peut s'écrire

$$h^2 - 2h \frac{\cos(\omega - \lambda)}{\sin \lambda} + \cot^2 \lambda = 0,$$

d'où

$$h = \frac{\cos(\omega - \lambda)}{\sin \lambda} \pm \sqrt{\frac{\cos^2(\omega - \lambda) - \cos^2 \lambda}{\sin^2 \lambda}}.$$

— JONS

$$\sin r' = n \sin (\omega - \lambda) = \frac{\sin (\omega - \lambda)}{\sin \lambda},$$

r' ayant le signe de $\omega - \lambda$: cette quantité est comprise entre $\pm \lambda$, et $\sin r'$ entre $\pm n \sin \lambda$ ou ± 1 , de sorte qu'il n'y aura pas d'impossibilité. Il en résulte

$$\frac{\cos^2 (\omega - \lambda) - \cos^2 \lambda}{\sin^2 \lambda} = \frac{\sin^2 \lambda - \sin^2 (\omega - \lambda)}{\sin^2 \lambda} = \cos^2 r'.$$

On aura ensuite

$$2 \sin^2 \delta'' = h \sin \omega,$$

ou

$$\cos \delta'' = 1 - h \sin \omega = 1 - \frac{\sin \omega \cos (\omega - \lambda)}{\sin \lambda} + \sin \omega \cos r',$$

et en substituant

$$\sin \omega \cos (\omega - \lambda) = \cos \omega \sin (\omega - \lambda) + \sin \lambda,$$

$$\cos \delta'' = -\cos \omega \sin r' + \sin \omega \cos r' = \sin (\omega - r') = \cos (90^\circ + r' - \omega).$$

On a $\cos \omega + \sin r' = \sin \omega \cot \lambda$; cette quantité étant positive, il en résulte $\cos \omega > -\sin r'$ ou $> \cos (90^\circ + r')$. Puisque ω et $90^\circ + r'$ sont compris entre 0 et 180° , on aura donc $\omega < 90^\circ + r'$, et l'équation

$$\cos \delta'' = \cos (90^\circ + r' - \omega)$$

a aussi lieu entre les angles, ceux-ci étant positifs. Il en résulte

$$(17) \quad \delta'' = 90^\circ + r' - \omega, \quad \text{où} \quad \sin r' = n \sin (\omega - \lambda).$$

Puisqu'on a supposé $x = h$, d'où $Q'' = 0$ ou $Q = 0$, le rayon correspon-

dant à δ'' est dans la section droite. C'est celui de cette section pour lequel la déviation est la plus grande.

N° 9. *Comparaison de δ' et δ'' , et cas particuliers.* — Nous avons trouvé

$$h < \rho (2 \cos \omega - 1)$$

comme condition nécessaire et suffisante pour que δ'' fût le maximum au lieu de δ' ; h étant positive il ne pourra en être ainsi que si $\cos \omega > \frac{1}{2}$ ou $\omega < 60^\circ$. C'est seulement parmi ces valeurs de ω qu'il reste à chercher celles pour lesquelles le maximum est δ'' ; on doit avoir pour celles-là $h < \rho (2 \cos \omega - 1) < \rho$, et nous avons vu que $\rho < h'$, h et h' étant les racines de $Q'' = 0$; cette condition revient donc à ce que $\rho (2 \cos \omega - 1)$ soit compris entre h et h' , ou qu'en substituant cette quantité à x , Q'' soit négatif. La valeur (14) de Q'' peut s'écrire

$$Q'' = (x - \rho \cos \omega)^2 + \rho^2 \sin^2 \omega - 2x \sin \omega,$$

et après la substitution on doit avoir

$$\rho^2 (1 - \cos \omega)^2 + \rho^2 \sin^2 \omega - 2 \sin \omega (2 \cos \omega - 1) \rho < 0,$$

ou en divisant par $4 \rho \sin \frac{1}{2} \omega$

$$R < 0, \quad R = \rho \sin \frac{1}{2} \omega - (2 \cos \omega - 1) \cos \frac{1}{2} \omega.$$

En substituant $2 \cos \omega \cos \frac{1}{2} \omega = \cos \frac{3}{2} \omega + \cos \frac{1}{2} \omega$, on a

$$R = \rho \sin \frac{1}{2} \omega - \cos \frac{3}{2} \omega, \quad \frac{dR}{d\omega} = \frac{1}{2} \rho \cos \frac{1}{2} \omega + \frac{3}{2} \sin \frac{1}{2} \omega.$$

Quand ω croît de 0° à 60° , $\frac{dR}{d\omega}$ reste positive, et par conséquent R augmente constamment de -1 à $\frac{1}{2} \rho$, et s'annule dans l'intervalle

pour une seule valeur $\omega = \omega'$. Par conséquent le maximum de déviation sera δ'' si $\omega < \omega'$ et δ' si $\omega > \omega'$. On trouvera ω en résolvant $\rho \sin \frac{1}{2} \omega = \cos \frac{3}{2} \omega$, ou son carré $\rho^2(1 - \cos \omega) = \cos 3\omega + 1$, ou

$$4 \cos^2 \omega - (3 - \rho^2) \cos \omega - (\rho^2 - 1) = 0.$$

Cette équation a trois racines réelles quand $n < 1,5647$, mais en tout cas il ne peut y en avoir qu'une entre 0° et 60° . L'équation a pour solutions, outre celles que nous cherchons, celles de

$$\rho \sin \frac{1}{2} \omega + \cos \frac{3}{2} \omega = 0,$$

à cause de son élévation au carré, mais cette dernière n'a aucune racine entre 0° et 60° .

Voici pour quelques cas les valeurs de λ , ω' , δ' , δ'' , et du maximum d'inclinaison p' du n° 3; l'indice 1,31 est celui de la glace; 1,50 celui du crown-glass.

$n =$	1,31	1,31	1,50	1,50
$\omega =$	60°	90°	60°	40°
$\lambda =$	$49^\circ 48' 40''$	$49^\circ 48' 40''$	$41^\circ 48' 40''$	$41^\circ 48' 40''$
$\rho' =$	$41^\circ 48' 50''$	$24^\circ 0' 0''$	$30^\circ 36' 40''$	$37^\circ 31' 0''$
$\delta' =$	$50^\circ 3' 40''$	$73^\circ 30' 20''$	$67^\circ 58' 20''$	$44^\circ 57' 40''$
$\delta'' =$	$43^\circ 27' 50''$	$57^\circ 48' 10''$	$57^\circ 53' 10''$	$47^\circ 17' 0''$
$\omega' =$	$46^\circ 53' 20''$ pour $n = 1,31$			$50^\circ 10' 45''$ pour $n = 1,50$

§ 2. Application aux halos.

N° 10. *Réduction de la question générale.* Nous avons vu au commencement de cette note le mode de production des halos; mais il faut remarquer que parmi les aiguilles de glace, celles dont l'axe est à peu près vertical sont relativement plus nombreuses, ce qui donne naissance à des phénomènes spéciaux. Nous devons, pour en tenir compte, regar-

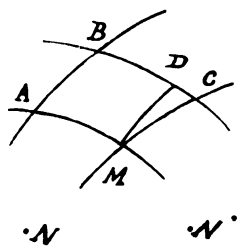
jection sur la face, compte non plus de OX , comme cela avait lieu pour le rayon incident, mais du prolongement de OX ; ainsi i et φ sont ses coordonnées angulaires; δ , θ et ϵ sont des fonctions de la direction de ce rayon unique, quelles que soient les variables employées pour la définir, pour lesquelles on peut prendre i et φ , ou i et i' , ou x et x' , comme aux n° 3 et 4. Mais pour ces changements de variables, la méthode la plus simple consiste à remplacer l'intégrale par une somme relative aux éléments d'une surface. Celle-ci dans le cas actuel sera celle d'un hémisphère de centre O , d'un rayon égal à l'unité, supposé à l'intérieur du solide. L'ensemble des points de la surface où les variables sont com-

prises entre i et $i + di$, φ et $\varphi + d\varphi$, est l'élément $dS = \sin i \, di \, d\varphi$, de sorte qu'on a

$$(19) \quad L = \Sigma \frac{\theta \varepsilon \cos i}{\cos r} dS;$$

la direction du rayon lumineux est celle de OM , M étant la position de dS , et la somme s'étend à tout l'hémisphère. En réalité ce n'est que de $i = 0$ à λ , mais cette restriction est superflue, le facteur ε étant nul pour toute direction non transmissible à travers le prisme formé par les faces F et F' .

Pour exprimer le résultat en fonction de i, i' , soient N, N' sur la surface, les points où aboutissent ON , normale intérieure, et ON' , parallèle à la normale à la face F' , menée à l'extérieur comme dans la figure du n° 2. L'ensemble des points où les variables sont comprises entre



i et $i + di$, i' et $i' + di'$, formera deux éléments dS , symétriques par rapport à la section droite du prisme menée par O . Chacun d'eux est compris entre deux arcs AM, BC , à la distance i et $i + di$ de leur pôle N , et deux autres MC, AB , à la distance i' et $i' + di'$ de leur pôle N' . Le premier plan de réfraction est OMN ; le second est parallèle à OMN' ; leur dièdre désigné par G au n° 3 est donc l'angle des arcs de grand cercle MN, MN' , ou son supplément, et on peut regarder $MABC$ comme un parallélogramme ayant pour angles G et $\pi - G$. Sa hauteur est $MD = di$; par conséquent $MC = \frac{di}{\sin G}$; de même $MA = \frac{di'}{\sin G}$; sa surface est

La valeur de L étant ainsi devenue une intégrale relative à i , i' , on peut transformer la variable i en x , et de même i' en x' , par les formules (10) qui donnent

$$\cos i = \frac{\rho^2 + x^2}{2nx}, \quad \sin i \, di = \frac{\rho^2 - x^2}{2nx^2} dx, \quad \sin i' \, di' = \frac{\rho^2 - x'^2}{2nx'^2} dx',$$

d'où

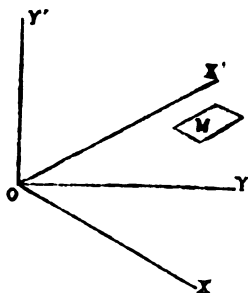
$$dS = \frac{(\rho^2 - x^2)(\rho^2 - x'^2)}{2nxx'\sqrt{Q}} dx \, dx';$$

il est indifférent de multiplier l'expression (19) de L par le facteur constant $2n \sin \omega$; en y substituant la valeur précédente de dS , on trouvera ainsi

$$(20) \quad L = \int_0^\infty \int_0^\infty \frac{\theta \varepsilon \cos i}{\cos r} \mu \sin \omega \, dx \, dx', \quad \text{où} \quad \mu = \frac{(\rho^2 - x^2)(\rho^2 - x'^2)}{xx' \sqrt{Q}}.$$

En réalité x et x' ne varient pas de 0 à l'infini mais seulement de $n - 1$ à ρ , d'après les conditions (12), et Q est toujours positive; comme nous l'avons vu pour i, i' , il est inutile de faire cette restriction, la valeur de ε étant nulle quand le rayon n'est pas transmissible, ou que les conditions (12) ne sont pas satisfaites; en outre, quand elles le sont, θ peut être nulle pour une portion de l'intégrale, et les limites $n - 1$ et ρ ne sont exactes qu'en apparence.

N° 14. *Valeur de l'éclat à la distance δ du soleil.* — Pour le trouver une nouvelle transformation est nécessaire. Nous pouvons regarder



x, x' comme les coordonnées variables d'un point M d'un plan, rapportées à des axes OX, OX' faisant l'angle $XOX' = \pi - \omega$.

Nous les choisissons ainsi parce que, d'après les formules connues, et aussi d'après les transformations qui vont suivre,

$$x = \frac{y \cos \frac{1}{2} \omega - y' \sin \frac{1}{2} \omega}{\sin \omega}, \quad x' = \frac{y \cos \frac{1}{2} \omega + y' \sin \frac{1}{2} \omega}{\sin \omega}.$$

Ensuite nous remplacerons y, y' par les coordonnées polaires R, φ , en comptant φ à partir de OY , de sorte que $y = R \cos \varphi, y' = R \sin \varphi$; le résultat, en employant quelques abréviations, pourra s'écrire ainsi :

$$(21) \quad x = tz, \quad x' = tz', \quad t = \frac{R}{\sin \omega}, \quad z = \cos \left(\varphi + \frac{1}{2} \omega \right), \quad z' = \cos \left(\varphi - \frac{1}{2} \omega \right).$$

Il en résulte

$\sigma = 2\pi \sin \vartheta d\vartheta$. L'éclat est $\frac{L}{\sigma} = E$; ainsi en supprimant le diviseur constant 2π , on aura

$$(23) \quad E = \int_{-\frac{\pi-\alpha}{2}}^{\frac{\pi-\alpha}{2}} \frac{\mu \cos i}{\pi - \mu \cos r} \mu \, d\varphi,$$

expression dans laquelle on doit supposer partout x, x' remplacées par les expressions (21) où R et t sont maintenant des constantes.

N° 15. Diminution de la lumière par suite des réflexions. — Considérons un faisceau transmis à travers les faces F et F' , et en prenant pour unité son intensité à l'instant où il arrive sur F , cherchons la fraction I de sa valeur à laquelle elle se réduit en sortant de F' . Pour cela, posons

$$\begin{aligned} 1 - \frac{\sin^2(r-i)}{\sin^2(r+i)} &= a, & 1 - \frac{\tan^2(r-i)}{\tan^2(r+i)} &= b, \\ 1 - \frac{\sin^2(r'-i')}{\sin^2(r'+i')} &= a', & 1 - \frac{\tan^2(r'-i')}{\tan^2(r'+i')} &= b', \end{aligned}$$

et désignons encore par G le dièdre des deux plans de réfraction. Le faisceau de lumière naturelle, tombant sur F , est décomposable en deux autres, d'intensité $\frac{1}{2}$, polarisés, le premier dans le plan d'incidence, le second à angle droit. Par la réfraction le premier se réduit à $\frac{1}{2}a$, le second à $\frac{1}{2}b$. Par rapport au second plan réfringent le premier faisceau équivaut à deux autres, d'intensité $\frac{1}{2}a \cos^2 G$, $\frac{1}{2}a \sin^2 G$, polarisés dans

substituons $\sin (r - r') = x \sin i$, $\sin (r' - i) = x' \sin i$, il se change en

$$I = \frac{bb'}{2} \{ x^2 x'^2 \sin^2 i \sin^2 i' \cos^2 G + \cos^2 (r - i) + \cos^2 (r' - i') \}.$$

Enfin, en remplaçant $\cos G$ par sa valeur (8) et bb' par

$$bb' \text{ par } \frac{aa'}{\cos^2 (r - i) \cos^2 (r' - i')}$$

on aura

$$(25) \quad I = \frac{aa'}{2} \left[\frac{x^2 x'^2 (\cos \omega - \cos i \cos i')^2}{\cos^2 (r - i) \cos^2 (r' - i')} + \frac{1}{\cos^2 (r - i)} + \frac{1}{\cos^2 (r' - i')} \right].$$

Les formules (10) donnent en outre

$$n \cos i + \cos r = \frac{\rho^2}{x}, \quad \sin (r + i) = (n \cos i + \cos r) \sin i = \frac{\rho^2}{x} \sin i,$$

$$\cos i \cos r = \frac{\rho^4 - x^4}{4n x^2},$$

et la valeur de a sera ainsi

$$a = \frac{4n \sin^2 i \cos i \cos r}{\sin^2 (r + i)} = \frac{\rho^4 - x^4}{\rho^4}, \quad \text{d'où}$$

$$(26) \quad aa' = \frac{(\rho^4 - x^4)(\rho^4 - x'^4)}{\rho^8}.$$

Les formules (10) donnent

$$\cos r = n \cos i - x, \quad \cos (r - i) = (n \cos i - x) \cos i + n \sin^2 i = n - x \cos i$$

$$\text{ou} \quad \cos (r - i) = \frac{n^2 + 1 - x^2}{2n}, \quad \cos (r' - i') = \frac{n^2 + 1 - x'^2}{2n}.$$

On ne ferait que compliquer l'expression I en y substituant ces valeurs; seulement il importe de remarquer que leur somme et leur produit sont des fonctions rationnelles de $x^2 + x'^2$ et de xx' ; il en est donc de même de $\cos^2 (r - i) + \cos^2 (r' - i')$; on en peut dire autant de

$$\cos i \cos i' \quad \text{ou} \quad \frac{(\rho^4 - x^2)(\rho^4 - x'^2)}{4n^2 xx'},$$

et par suite du coefficient de aa' dans la valeur de I; on a aussi

$$aa' = \frac{(p^2 - x^2)(p^2 - x'^2)(p^2 + x^2)(p^2 + x'^2)}{p^4};$$

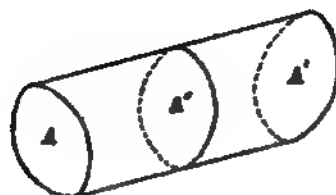
aa' est donc dans le même cas, et toute l'expression I est une fonction rationnelle de $x^2 + x'^2$ et xx' .

N° 16. Valeur de ϵ .

1° *Forme générale de cette valeur.* — L'intégrale (23) a été déduite de la marche d'un rayon unique; ϵ est l'intensité d'un faisceau parallèle au rayon, après l'émergence.

et existant
pas trans-
, n'étaient
extrême il
de poser
et o dans
nent dans
se F péné-
pour tous
n faisceau
taine por-
tion f de la face, portion que nous nommerons *l'aire efficace*. Les autres rayons produiront des phénomènes optiques qui doivent être laissés de côté, toute notre analyse ne concernant que ceux qui atteignent directement F' .

L'intensité d'un faisceau de lumière solaire est proportionnelle à sa section droite qui peut lui servir de mesure : pour celui qui arrive sur l'aire f , faisant l'angle r avec la normale, la section droite ou l'intensité est $f \cos r$; ce faisceau sort en entier par la face F' , et son intensité étant diminuée dans le rapport de 1 à I, on aura $I f \cos r$ pour sa nouvelle valeur ϵ' ou $\epsilon = \frac{I}{I} f \cos r$; l'équation (23) deviendra ainsi



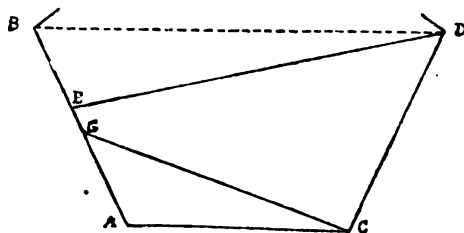
aux rayons qui traversent de F' en F , si l'on considère le coefficient de $d\varphi$ pour $\varphi = -\varphi_1$, $9' I \mu$ sera le même que dans la première; les valeurs de i, i' correspondant au premier cas seraient échangées entre elles en prenant $\varphi = -\varphi_1$, mais leurs dénominations étant aussi échangées, les angles du faisceau avec les deux normales sont les mêmes; ainsi le faisceau indiqué dans la figure est identique dans les deux cas, et il en est de même de son symétrique; en effet aucun rayon parallèle aux autres ne peut aller de F' en F s'il ne part pas de l'aire A' ; d'ailleurs la valeur de $A' \cos i$ dans la seconde formule représente encore la même section droite A'' .

Cette remarque s'étendant au faisceau symétrique, on voit que les valeurs de $f \cos i$ pour $\varphi = \varphi_1$ dans l'une des formules, et pour $\varphi = -\varphi_1$ dans l'autre, sont égales, d'où résulte évidemment l'égalité de l'intégrale (27) dans les deux cas.

N° 17. Valeur de f pour une aiguille dont la section droite est un hexagone régulier.

1° Préliminaires. — Soient dans cette section droite AB celle de la face F et CD celle de F' . Pour qu'un rayon aille rencontrer F' , il faut d'abord que sa projection, partant d'un point de AB , aille rencontrer

CD, et ensuite que, pendant ce trajet, le rayon ne rencontre pas une des bases ou des faces terminales; mais cette dernière condition, dépendant de la forme de ces faces et de la longueur de l'aiguille, est impossible à évaluer; nous devons donc en faire abstraction, sauf à apprécier plus



tard l'influence de l'erreur commise. Si donc un faisceau est en projection parallèle à DE, nous admettrons que l'aire efficace f est celle qui s'élève au-dessus de AE, de sorte que F étant l'aire totale, on aura

$$\frac{f}{F} = \frac{AE}{AB}.$$

2° *Maximum de q .* — Les équations (3) quand $\omega = 60^\circ$, deviennent

$$\cos i = \sin p \cos (q - 30^\circ), \quad \cos i' = \sin p \cos (q + 30^\circ),$$

où p est l'angle du rayon avec l'axe de l'aiguille, et q l'angle de sa projection avec AC, pris positif quand elle s'en éloigne. En supposant q positif, il suffira pour que p et q correspondent à un rayon transmissible que $\cos i$ et $\cos i'$ soient $> \cos \lambda$, puisque chacun est déjà < 1 . D'ailleurs $\cos i + \cos i' = 2 \sin p \cos q \cos 30'$, par suite $\cos q$ doit être positif, ou $q < \frac{1}{2} \pi$; alors $\cos i' < \cos i$; il suffira donc qu'on ait

$$\cos (q + 30^\circ) > \frac{\cos \lambda}{\sin p};$$

le maximum de q correspondra à la plus petite valeur du second membre,

ou à la plus grande de $\sin p$, ou à $p = 90^\circ$, auquel cas le rayon est dans la section droite, et pour ce maximum on aura $\cos (q + 30^\circ) = \cos \lambda$, $q = \lambda - 30^\circ$, d'où $\cos i' = \cos \lambda$, $\cos i = \cos (q - 30^\circ) = \cos (60^\circ - \lambda)$.

Pour la glace, $\lambda = 49.45.40$, et le maximum de $q = 19^\circ.45'.40''$; ainsi un rayon transmissible ne pourra jamais avoir en projection la direction AD pour laquelle $q = \text{DAC} = 30^\circ$.

3^e Cas où q est positif. — Supposons la projection parallèle à DE; on aura dans le triangle BDE, l'angle BDE = q , et

$$\frac{BE}{BD} = \frac{\sin q}{\sin (q + 60^\circ)} = \frac{\sin q}{\cos (30^\circ - q)};$$

Les valeurs de $\cos i$, $\cos i'$ donnent

$$\cos i - \cos i' = 2 \sin p \sin q \sin 30^\circ = \sin p \sin q,$$

d'où

$$\frac{BE}{2 \cdot AB} = \frac{\cos i - \cos i'}{\cos i}, \quad \frac{f}{F} = \frac{AB - BE}{AB} = 1 - \frac{2 (\cos i - \cos i')}{\cos i},$$

ou

$$\frac{f}{F} = \frac{2 \cos i' - \cos i}{\cos i} \text{ quand } q > 0 \text{ et } \cos i' < \cos i.$$

4^e Cas où q est négatif. — Soit $q = -q'$; la projection du rayon étant parallèle à CG, on verra comme ci-dessus que l'aire efficace est celle qui s'élève au-dessus de BG, ou que $\frac{f}{F} = \frac{BG}{AB}$.

Dans le triangle ACG, l'angle ACG = q' , d'où

$$\frac{AG}{AC} = \frac{\sin q'}{\sin (q' + 120^\circ)} = \frac{\sin q'}{\cos (q' + 30^\circ)}.$$

D'ailleurs

$$\cos i = \sin p \cdot \cos (q' + 30^\circ), \quad \cos i' - \cos i = \sin p \sin q',$$

d'où

$$\frac{AG}{AC} = \frac{\cos i' - \cos i}{\cos i}, \quad \frac{f}{F} = 1 - \frac{AG}{AC};$$

il en résulte

$$\frac{f}{F} = \frac{2 \cos i - \cos i'}{\cos i} \text{ quand } q < 0, \quad \cos i < \cos i'.$$

5° *Conséquences de ce qui précède.* — Dans les deux cas il est clair que $\frac{f}{F}$ sera minimum quand q sera maximum. Dans les deux cas également on a $\frac{f}{F} = \frac{2 \cos i'' - \cos i'''}{\cos i}$, $\cos i''$ étant le plus petit des nombres, $\cos i$, $\cos i'$, et $\cos i'''$ étant le plus grand. Nous avons vu que q est maximum quand le rayon est dans la section droite et que $\cos i' = \cos \lambda$, $\cos i''' = \cos (60^\circ - \lambda)$, $\cos i$ pouvant être l'un ou l'autre. D'après la valeur de λ on aura, pour des aiguilles de glace, comme minimum de $\frac{f}{F}$, 0,313 pour la position DE, et 0,477 pour la position CG.

On devra substituer dans la formule (27) $f \cos i = F (2 \cos i'' - \cos i''')$ et cette quantité de même que $\theta' I_\mu$ ne changeant pas quand on remplace φ par $-\varphi$, il suffit d'intégrer de 0 à $\frac{\pi - \omega}{2}$ en doublant le résultat. Quand φ est positif, on voit par les formules (21) que $z < z'$, d'où $x < x'$, $i < i'$, $\cos i > \cos i'$; ainsi $\cos i'' = \cos i'$, et en supprimant le facteur constant F , on aura

$$E = \int_0^{\frac{\pi - \omega}{2}} 2 (2 \cos i' - \cos i) \theta' I_\mu d\varphi.$$

N° 18. *Formule à employer dans le cas général.* — Admettons que f et i correspondent à une valeur positive de φ , et désignons par f' , ce que devient f pour un faisceau correspondant à la valeur de φ en signe contraire; comme $\theta' I_\mu$ reste le même et que i se change en i' , on pourra étendre l'intégrale (27) seulement de $\varphi = 0$ à $\frac{\pi - \omega}{2}$, en remplaçant $f \cos i$ par $f \cos i + f' \cos i'$; si ensuite on suppose f remplacé par une valeur moyenne, et par suite f' par la même, on pourra supprimer cette lettre comme facteur constant, et l'on aura à la fois pour le cas général et celui du n° 17.

$$E = \int_0^{\frac{\pi - \omega}{2}} g (\cos i + \cos i') \theta' I_\mu d\varphi,$$

dans laquelle

$$(28) \quad g = \frac{2(2 \cos i' - \cos i)}{\cos i + \cos i'} \text{ si la section est un hexagone régulier, et } g = 1 \text{ si cela n'a pas lieu.}$$

D'après les formules (10), l'expression (20) de μ peut s'écrire

$$\mu = \frac{4 \cos r \cos r'}{\sqrt{Q}}. \text{ On a aussi}$$

$$\cos i + \cos i' = \frac{\rho^2 + x^2}{2nx} + \frac{\rho^2 + x'^2}{2nx'} = \frac{\rho^2 + xx'}{2nxx'} (x + x'),$$

et d'après les équations (21)

$$x + x' = t(z + z') = 2t \cos \varphi \cos \frac{1}{2} \omega;$$

en faisant ces substitutions et supprimant le facteur constant $\frac{4 \cos \frac{1}{2} \omega}{n}$,
 on aura

$$2zz' = \cos 2\varphi + \cos \omega.$$

Il faut donc qu'on ait

$$\cos 2\varphi + \cos \omega > \frac{\rho^2}{k}, \quad \text{ou } \cos 2\varphi > \cos 2\varphi',$$

ou $\varphi < \varphi'$: ainsi dans la formule (29) il suffit d'intégrer de $\varphi = 0$ à $\varphi = \varphi'$,
 limite inférieure à $\frac{\pi - \omega}{2}$.

$$\cos 2\varphi'' = \frac{\rho^2}{k'} - \cos \omega,$$

valeur comprise entre 1 et $-\cos \omega$, et la condition deviendra $\cos 2\varphi < \cos 2\varphi''$
ou

$$(36) \quad \varphi > \varphi'', \text{ dans laquelle } \cos 2\varphi'' = \frac{\rho^2}{k'} - \cos \omega.$$

Dans ce cas il est clair qu'on a $Q' = 0$ pour $\varphi = \varphi''$; quand la condi-

Quand $\cos \gamma > 1$ ou que la condition est identique, nous dirons que γ est imaginaire.

N° 21. Discussion des conditions précédentes.

1° La seconde condition est une conséquence de la première. -- Dans la formule (37) nous savons qu'il existe un angle positif $\beta - \frac{1}{2} \omega = \beta'$, tel qu'en prenant $\varphi = \beta'$, on ait

Ainsi Q est négatif ou nul. Or nous avons vu au n° précédent que Q reste positif quand φ est compris entre φ' et φ'' , en remplaçant φ'' par 0 s'il est imaginaire; la valeur β' de φ n'est donc pas comprise entre ces limites, et cela soit que la condition (38) c'est-à-dire $x' < \rho$ soit ou non satisfaite. Or on ne peut pas supposer $\beta' < \varphi''$ dans le cas où φ' serait réel, car en vertu de la condition (37) toutes les valeurs de φ seraient exclues; il faut donc, quelque soit δ , qu'on ait $\beta' > \varphi'$, auquel cas la condition (37) devient superflue, puisqu'on a toujours $\varphi < \varphi'$.

2° *Principes préliminaires.* — Les conditions du n° précédent sont

✓

Comme on l'a vu au n° 9 la condition $\delta'' > \delta'$ revient à ce que R soit négatif, en posant

$$R = \rho \sin \frac{1}{2} \omega - \cos \frac{3}{2} \omega.$$

Cela ne pourra jamais avoir lieu si l'intervalle est extérieur comme nous l'avons déjà remarqué; et en effet on aurait $\rho > 2 \cot \omega$, et de plus $\omega < 60^\circ$ sans quoi la relation $\delta'' > \delta'$ est impossible. Il en résulterait $R > 2 \cot \omega \sin \frac{1}{2} \omega - \cos \frac{3}{2} \omega$, ou

$$2 R \cos \frac{1}{2} \omega > 2 \cos \omega - (\cos \omega + \cos 2 \omega), \text{ ou } 2 R \cos \frac{1}{2} \omega > \cos \omega - \cos 2 \omega$$

et de la sorte R ne serait pas négative.

même pour des valeurs numériques données de $\delta, \omega, n, \varphi'$, et le résultat ne pourrait pas toujours se calculer par des tables; il est donc préférable d'exprimer le coefficient $\frac{g\mu'}{\sqrt{Q}}$ de $d\psi$ par une formule d'interpolation, en le calculant pour quelques valeurs de ψ . Par suite de l'incertitude qui reste sur la valeur exacte de f , une extrême approximation n'est pas nécessaire. Si l'on se contente d'une formule parabolique, la variable étant $\sin^2 \psi$, et que l'intervalle de $\psi = 0$ à $\psi = \frac{\pi}{2}$ ne soit pas interrompu, on devra prendre

$$\frac{g\mu'}{\sqrt{Q}} = a + (4b - c - 3a) \sin^2 \psi + 2(a + c - 2b) \sin^4 \psi,$$

a, b, c , étant les valeurs du premier membre pour $\sin^2 \psi = 0$, ou $\frac{1}{2}$, ou 1. En substituant cette expression dans l'équation (39) on trouve

$$E = \frac{\pi}{2} [a + \frac{1}{2}(4b - c - 3a) + \frac{1}{8}(a + c - 2b)] = \frac{\pi(a + 2b + c)}{8}.$$

Il est préférable de calculer $\frac{E}{E_1}$ que nous désignons par e , E_1 étant l'expression (40); de la sorte le maximum d'éclat sera pris pour unité.

Nous poserons $\frac{\pi a}{2E_1} = \alpha$, $\frac{\pi b}{2E_1} = \beta$, $\frac{\pi c}{2E_1} = \gamma$, d'où

$$(41) \quad e = \frac{\alpha + 2\beta + \gamma}{4}, \quad e' = \frac{\alpha + 2\beta' + \gamma'}{4},$$

e, α, β, γ correspondant à la valeur de 1 de g , et e', β', γ' à son autre valeur donnée par la formule (28); α est le même dans les deux cas, correspondant à $\varphi = 0, i = i'$.

Soit qu'on emploie cette forme d'interpolation ou quelque autre, tout

se ramène au calcul numérique de $\frac{g\mu'}{\sqrt{Q'}}$; δ étant donné, on trouvera successivement k , φ' , Q_1 , Q_2 par les formules (31), (32), (35). Connaissant les valeurs de $\sin^2 \psi$ ou $\frac{\sin^2 \varphi}{\sin^2 \varphi'}$ qu'on veut employer, on en déduira celles de τ qui donneront immédiatement les valeurs (34) de Q' ; pour les autres parties de l'expression il est préférable d'employer des auxiliaires θ , θ' , en posant $x = \rho \tan \theta$, $x' = \rho \tan \theta'$, et en ayant égard aux formules (10), (21), (25), (26) on aura sous une forme propre au calcul logarithmique

$$\begin{aligned} \tan \theta &= \frac{2 \sin \frac{1}{2} \delta}{\rho \sin \omega} \cos (\varphi + \frac{1}{2} \omega), & \tan \theta' &= \frac{2 \sin \frac{1}{2} \delta}{\rho \sin \omega} \cos (\varphi - \frac{1}{2} \omega), \\ \cos i &= \frac{\rho}{n \sin 2\theta}, & \cos i' &= \frac{\rho}{n \sin 2\theta'}, & \cos r &= \rho \cot 2\theta, & \cos r' &= \rho \cot 2\theta', \\ \frac{\rho^2 + xx'}{xx'} &= \frac{\cos (\theta' - \theta)}{\sin \theta \sin \theta'}, & aa' &= \frac{\cos 2\theta \cos 2\theta'}{\cos^4 \theta \cos^4 \theta'}, \\ 2I &= aa' \left[\frac{\rho^2 \tan \theta \tan \theta' (\cos \omega - \cos i \cos i')}{\cos (r - i) \cos (r' - i')} \right]^2 + \frac{aa'}{\cos^2 (r - i)} + \frac{aa'}{\cos^2 (r' - i')}. \end{aligned}$$

Quand $\varphi = \varphi'$, le rayon est dans la section droite et il vaut mieux calculer I par la formule (24).

Voici les valeurs de e , e' pour diverses déviations quand $n = 1,31$ et $\omega = 60^\circ$.

Valeurs de δ	25°	30°	35°	40°
α	0,48130	0,44235	0,03899	0,00745
β	0,54104	0,49706	0,05730	0,00685
β'	0,41076	0,43652	0,03997	0,00502
γ	0,63652	0,29552	0,10956	0,01819
γ'	0,40558	0,44185	0,04499	0,00696
e	0,54997	0,20800	0,06578	0,00983
e'	0,42710	0,43931	0,04098	0,00611
I	0,96333	0,84718	0,68712	0,44626
I'	0,92745	0,83100	0,64049	0,30778
I''	0,92392	0,82470	0,63959	0,32591
Moyenne	0,93823	0,83429	0,65573	0,35998

pour δ sont inférieures à δ'' , et par conséquent l'intégrale est prise de $\psi = 0$ à $\frac{1}{2}\pi$ sans interruption; les lettres dans le tableau ont la même signification que dans l'autre, et en remarquant que les valeurs de δ sont moins distantes entre elles, on voit que l'éclat e décroît à très peu près avec la même rapidité, tandis que la diminution de I est plus prononcée.

N° 23. *Projection du rayon sur la section droite d'un prisme.* — Nous avons besoin de décrire la marche de cette projection pour les questions qui nous restent à traiter. La figure, la même que celle du n° 2, repré-

$$(44) \quad \cos (q' + \frac{1}{2} \omega) = \frac{\cos \lambda}{\sin p} = \frac{\rho}{n \sin p}.$$

Aucune valeur positive de q' ne pourra d'ailleurs satisfaire cette condition si l'on n'a pas $\cos \frac{1}{2} \omega > \frac{\rho}{n \sin p}$; ainsi p est assujetti à la condition

$$(45) \quad \sin p > \sin p_1, \quad \sin p_1 = \frac{\cos \lambda}{\cos \frac{1}{2} \omega} = \frac{\rho}{n \cos \frac{1}{2} \omega},$$

Comme $\omega < 2\lambda$, $\cos \frac{1}{2} \omega > \cos \lambda$, et la valeur de $\sin p_1$ ne peut dépasser

soient φ_1, φ'_1 , ce qu'elles deviennent quand on remplace q par $-q$. On aura par les formules (46)

$$\begin{aligned}\sin \theta \sin (\varphi_1 - \tfrac{1}{2} \omega) &= -n \sin p \sin (q + \tfrac{1}{2} \omega) = -\sin \theta \sin (\varphi' + \tfrac{1}{2} \omega), \\ \sin \theta \sin (\varphi'_1 + \tfrac{1}{2} \omega) &= -n \sin p \sin (q - \tfrac{1}{2} \omega) = -\sin \theta \sin (\varphi - \tfrac{1}{2} \omega), \\ \text{d'où } \varphi_1 - \tfrac{1}{2} \omega &= -(\varphi' + \tfrac{1}{2} \omega), \text{ ou } \varphi_1 = -\varphi', \text{ et } \varphi'_1 = -\varphi, \\ D &= \varphi'_1 - \varphi_1 = \varphi' - \varphi.\end{aligned}$$

Ainsi D reste le même, et pour connaître son mode de variation, il suffit de prendre q positif.

3^o Supposons maintenant p et par suite θ, θ' constants; φ et φ' seront

Les divers groupes, ou les orientations, se trouveront en faisant tourner une aiguille autour de son axe par intervalles égaux $d\varphi$, φ étant le dièdre de deux plans menés par l'axe, l'un fixe et passant par le soleil, l'autre partageant la rotation de l'aiguille, et pour lequel nous prendrons celui des xz ; de la sorte φ sera l'angle déjà ainsi désigné.

La formule (18) en remplaçant la lettre θ par k donnera alors

$$L = \sum k_{\mu} \varepsilon,$$

la somme s'étendant à toutes les valeurs de φ . Pour chacune μ désigne combien, sur un nombre total constant de M aiguilles, il y en a qui appartiennent au groupe correspondant, de sorte qu'on a évidemment

$\mu = \frac{M d\varphi}{2\pi}$; k est un coefficient égal pour chaque valeur de φ à $+1$ si D est comprise entre D_1 et D_2 , et à 0 dans le cas contraire; ε est l'intensité du faisceau transmis par une aiguille. On aura aussi comme au n° 16, en remplaçant θ' par k' , $\varepsilon = k' I f \cos r$, I ayant la même signification que précédemment, f étant la portion efficace de la face F , et k' ayant la valeur 1 si le rayon correspondant à φ est transmissible dans le prisme, et 0 dans le cas contraire. En supprimant le facteur commun $\frac{M}{2\pi}$, il en résulte

$$L = \int_{-\pi}^{\pi} k k' I f \cos r d\varphi.$$

Cette valeur est maintenant indépendante de la rotation de l'aiguille et des axes coordonnés, qu'on peut considérer comme immobiles; θ , θ' , p , sont constants et on doit les supposer tels qu'il existe des rayons transmissibles, ou qu'on ait $\sin p > \sin p_1$; de la sorte q est la seule variable, dont φ doit être regardée comme fonction; on doit ainsi substituer la valeur déjà trouvée $d\varphi = \frac{n \cos i}{\cos r} dq$; mais ensuite on pourra supprimer

$$E = \overline{D_2 - D_1};$$

l'éclat proprement dit s'en déduira en prenant q_1 et q_2 , infiniment peu différents, et dans ce cas on aura

$$D_2 - D_1 = \frac{dD}{dq} dq = n \left(\frac{\cos i'}{\cos r'} - \frac{\cos i}{\cos r} \right) dq.$$

Lorsque $q = 0$ on a $i = i'$, $r = r'$, $\frac{dD}{dq} = 0$, et l'éclat devient infini. Cette anomalie provient de ce que nous avons attribué à tous les axes

à un demi-degré sera $\frac{1}{36}$ de la lumière totale, puisque q' est environ 18° ; ainsi $\frac{1}{9}$ de ce total est envoyé par l'arc formé par la réunion des quatre intervalles précédents, lequel est seulement de $5'.9'$. Le parhélie est dû à cette accumulation considérable de lumière.

On trouve à très peu près $D - \Delta' = 10^\circ \frac{1}{2}$ pour $q = 17^\circ$, et $D - \Delta' = 5^\circ \frac{1}{2}$ pour $q = 14^\circ$; ainsi, sur la longueur totale de l'arc qui est $D' - \Delta' = 21^\circ.40'$, la première moitié envoie les $\frac{17}{18}$ de la lumière totale, et le premier quart les $\frac{14}{18}$. L'éclat décroît donc plus rapidement que celui des halos.

$$L = \varepsilon (\cos \theta_1 - \cos \theta_2), \quad E = \frac{L}{\sigma} = \frac{\varepsilon (\cos \theta_1 - \cos \theta_2)}{\cos \delta_1 - \cos \delta_2},$$

en donnant à ε une valeur moyenne.

On en déduit l'éclat en supposant δ, δ_1 , infiniment peu différents. La formule (50) donne $\sin \delta \, d\delta = 3 \sin \theta \cos \theta d\theta$; l'éclat sera donc

$$E = \frac{\varepsilon \sin \theta d\theta}{\sin \delta d\delta} = \frac{\varepsilon}{3 \cos \theta},$$

et deviendra infini quand $\theta = 90^\circ, \delta = 120^\circ$.

Il en résulte un maximum d'éclat formant un arc paranthélique à 120° de distance du soleil. Sa dégradation à partir de cette limite sera suffisamment indiquée par la lumière L qu'envoie une zone de surface $\cos \delta_1 - \cos \delta_2$, en prenant constamment $\delta_2 - \delta_1$ d'un demi-degré; en effet la surface de ces zones, de $\delta = 120^\circ$ à $\delta = 100^\circ$ varie très peu.

D'ailleurs l'équation (50) donne

$$\cos \theta = \sqrt{\frac{2}{3}} \sqrt{\cos \delta + \frac{1}{2}};$$

ainsi pour la valeur de L ou ϵ ($\cos \theta_1 - \cos \theta_2$), où ϵ est à peu près constant entre certaines limites, on peut prendre

$$L = 10000 [\sqrt{\cos \delta_1 + \frac{1}{2}} - \sqrt{\cos \delta_2 + \frac{1}{2}}],$$

qui ne diffère de l'autre que par des facteurs constants. Pour les quatre premières zones à partir de $\delta = 120^\circ$, on aura $L = 870, 362, 278, 236$; pour $\delta = 114^\circ, 110^\circ, 100^\circ$, on trouve ensuite $L = 128, 102, 75$. Le décroissement de l'éclat semble donc, sauf dans la région tout à fait voisine de la limite 120° , être plutôt moins rapide que pour les halos. Cette circonstance, jointe au fait que l'éclairement se distribue sur une portion du ciel beaucoup plus étendue, contribue encore à rendre l'effet optique insensible.

—

MÉMOIRES
DE LA
SOCIÉTÉ DE PHYSIQUE ET D'HISTOIRE NATURELLE DE GENÈVE
TOME XXIX. — N° 10.

SUR LA

COULEUR DE L'EAU

PAR

J.-L. SORET



GENÈVE
IMPRIMERIE CHARLES SCHUCHARDT
1887

625

.

.

.

.

.

.

.

.

.

.

.

.

.

.

.

RECHERCHES
SUR LA
TRANSPARENCE DES EAUX DU LAC LÉMAN
FAITES EN 1884, 1885 & 1886

Parmi toutes les questions que soulève l'étude du lac Léman celles qui touchent aux propriétés physiques de l'eau et particulièrement à sa transparence méritent certainement une place importante. Ces recherches ne sont pas nouvelles; déjà en 1877 (*Archives des sciences*, LIX, p. 137) M. F.-A. Forel publiait un mémoire dans lequel il indiquait les différences très sensibles que l'on constate, au point de vue de la limpidité, entre l'eau d'hiver et celle d'été, cette dernière étant beaucoup moins transparente que l'autre. M. Forel montrait que ces différences tiennent aux poussières contenues dans les eaux d'été et donnait une explication ingénieuse de leur présence.

Cette étude méritait d'être reprise et si possible développée par des moyens d'investigation plus précis et plus perfectionnés.

L'hiver 1883-1884 paraissait tout spécialement désigné pour faire des recherches de cette nature dans le Rhône à sa sortie du lac. C'était en effet le moment où le bras gauche du fleuve à sa traversée dans la ville se trouvait mis à sec pour les travaux considérables nécessités par l'aménagement des forces motrices. On pouvait espérer qu'il serait facile

TABLEAU II

Mesures effectuées devant le port de M^{me} la baronne de Rothschild.

DATE	OBSERVATEURS	SOURCE LUMINEUSE	Limite de vision nette.	Limite de lumière diffuse.	OBSERVATIONS
8 avril 1885	Rilliet	Arc voltaïque verre poli.	mètres 31,88	mètres	Courant 32,3 ampères.
	»	» »		81,94	25 »
	C. Soret	» »	28,38		40 »
	»	» »	31,47		
	Rilliet	» »	34,56		
	C. Soret	» verre dépoli.		87,98	
	Rilliet	» rouge.	23,23		
	»	» vert.	24,26		
	Soret	» rouge.	23,—		
	»	» bleu.	27,71		
				NB Avec verre ordinaire le point se voit bien à cette distance.	
18 avril 1885	C. Soret	» verre poli.	22,25		Courant 25 ampères.
	»	» »	22,51		16 »
	de Candolle....	» »	23,38		» »
	L. Soret	» »	21,01		17 »
	Rilliet	» »	24,82		16 »
	»	» »		62,98	18 »
	de Candolle....	» »		67,—	17 »
	C. Soret	» verre dépoli.	24,36		19
	»	» »	24,93		19
	de Candolle....	» »	24,31		18 »
	L. Soret	» »	23,59		
	C. Soret	» »	22,45		Contour du disque.
	de Candolle....	» »		63,81	
	Rilliet	» »		66,38	
	»	» verre rouge.	23,07		Courant 20 ampères.
	»	» bleu.	23,59		
	de Candolle....	Lampe Edison verre poli.	22,04	45,01	
	Rilliet		21,99	48,05	



TABLEAU IV

Observations faites à l'aide de disques de tôle émaillée en blanc.

DATE	OBSERVATEURS	Diamètre du disque en centimètres.	LOCALITÉS	Profondeur où le disque disparaît.	OBSERVATIONS
1885				mètres	
Juillet 1 ^{er} 12 h. 45	Rilliet	10	Devant Bellevue.....	7,50	
	de Candolle.....	»	»	6,13	
	de Candolle.....	»	»	7,—	
	Rilliet	»	»	7,50	
	de Candolle.....	»	»	8,—	
		30	»	8,—	
Juillet 4 12 h. 20	de Candolle.....	10	»	6,50	
	Rilliet	»	»	6,10	
	de Candolle.....	30	Creux de Genthod.....	9,65	
Août 14 11 h. 15	Rilliet	30	Genthod.....	13,10	
	de Candolle.....	»	»	13,80	
	Rilliet	»	»	13,40	
	de Candolle.....	»	»	13,60	
	Rilliet	10	»	12,60	Soleil voilé.
	de Candolle.....	»	»	12,—	Un peu de soleil.
		30	Sur le <i>Héron</i> dans le grand lac.	8,90	Soleil.
Août 15 12 1/2 h.	de Candolle.....	»	»	8,78	
	Soret.....	»	»	8,42	
	Marcet.....	»	»	8,16	
	Rilliet	»	»	7,80	
	de Candolle.....	»	»	7,95	
Août 19 11 heures	Rilliet	30	Sous Malagny.....	11,76	
	de Candolle.....	»	»	11,78	
	de Candolle.....	10	»	11,65	
	Rilliet	»	»	11,40	
12 h. 10	Rilliet	10	Creux de Genthod.....	12,80	
	de Candolle.....	10	»	13,10	Un peu de soleil.
1886					
15 mars	Turretini	30	Devant Yvoire.....	14,—	
2 heures	Schmitgen.....	»		13,70	
4 h. 15	Turretini	»		18,30	
	Rilliet	»	Entre Évian et Morges.....	17,95	
	de Candolle.....	»		18,60	
6 heures	Schmitgen.....	»	Devant Tour-Ronde.....	17,90	
	de Candolle.....	»	»	16,95	
	Rilliet	»	»	17,95	
	Forel.....	»	»	17,45	

plus ou moins épaisse. Ce travail préliminaire nous a conduits à un résultat nouveau, croyons-nous, et digne d'être signalé¹.

Entre le spectroscope et la source lumineuse, qui était tantôt une

¹ Lorsque la note que nous reproduisons ici a paru dans les *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences*, 10 mars 1884, nous ne connaissions pas encore les recherches antérieures de M. Schön (Poggendorffs' *Annalen*, Ergänzungsband, VIII, p. 670) ni celles de MM. W.-J. Russel et Lapraik (*Nature*, 19 août 1880) sur le même sujet. Ces savants, nous nous empressons de le reconnaître, avaient aperçu avant nous la raie d'absorption de l'eau dont nous signalons l'existence dans les lignes qui suivent. Mais il nous a semblé que nos propres observations, confirmant et complétant les leurs par un procédé différent, conservaient néanmoins leur intérêt et méritaient d'être remises en lumière à côté des autres travaux de la Commission spéciale nommée par la Société de Physique.

Voici les résultats qui ont été obtenus de cette manière par un temps tout à fait serein.

OBSERVATIONS.	DIAMÈTRE DU DIAPHRAGME.	LIMITE DE VISION NETTE.	
		SORET.	SARASIN.
N° 1.	1mm	65mm	62mm
2. {	2,2	69,5	68
3. { Sans lentille ; l'écran éclairé directement	4,7	77	76
4. { par les rayons solaires parallèles.	10,3	81	80
5. {	15,0	84	85
6. {	1	46,5	
7. { Avec lentille, disséminant la lumière sur	2,2	52	
8. { l'écran dans un cercle de 300mm de	4,7	63	
9. { diamètre.	10,3	70,5	
10. {	15,0	71	
11. {	1	78	76
12. { Avec lentille concentrant la lumière sur	2,2	84	82
13. { l'écran dans un cercle de 15mm de	4,7	91	86
14. { diamètre.	10,3		89
15. Lumière un peu moins concentrée.	4,7	82,85	79,5
16. Id. on interpose un verre rouge	4,7	70	59,5
17. Id. on interpose un verre bleu de cobalt.	4,7	70,75	70,05

En examinant les chiffres de ce tableau, on reconnaît les faits suivants :

1° La limite de vision nette augmente avec la dimension de l'objet lumineux (disque de papier, visible au travers du diaphragme), mais bien moins rapidement ; ainsi pour une variation du diamètre du disque de 1 à 15, la limite de visibilité ne change pas de 1 à 1,5 (Voir n° 1, 5, 6, 10).

2° La limite de vision nette augmente très lentement avec l'intensité. Si l'on compare les expériences n° 6 à 9 avec les expériences n° 11 à 14, on voit que l'intensité de la lumière étant exprimée par 1 pour les premières, doit être évaluée à 400 dans les dernières (rapport des carrés des diamètres des cercles éclairés) ; malgré cette énorme variation d'intensité, la limite de vision nette n'a augmenté qu'un peu plus de la moitié de sa valeur première.



TABLE DES MATIÈRES

	Pages
SIGNES CONVENTIONNELS ET ABRÉVIATIONS.....	IV
INTRODUCTION	1
I. PREMIERS CALCULS	16
§ 1. Première apparition, 1867.....	16
§ 2. Période 1867 à 1873.....	21
§ 3. Deuxième apparition, 1873.....	24
§ 4. Période 1873 à 1879 et troisième apparition, 1879.....	26
II. PÉRIODE 1873 A 1879	28
III. POSITIONS DES ÉTOILES DE COMPARAISON POUR LES APPARITIONS DE 1873 ET DE 1879.	35
§ 1. Observations d'étoiles faites à l'observatoire de Leyde.....	36
§ 2. Positions déduites de l'ensemble des catalogues et des observations méridiennes..	42
IV. DEUXIÈME APPARITION, 1873.....	55
§ 1. Éphéméride.....	55
§ 2. Observations.....	58
§ 3. Discussion des observations. Formation des lieux normaux.....	67
§ 4. Perturbations durant la période des observations.....	72
V. TROISIÈME APPARITION, 1879.....	76
§ 1. Éphéméride	76
§ 2. Observations.....	79
§ 3. Discussion des observations. Formation des lieux normaux.....	84
§ 4. Perturbations durant la période des observations.....	89
VI. DISCUSSION DES APPARITIONS DE 1873 ET DE 1879 COMBINÉES	93
§ 1. Équations de condition	93
§ 2. Corrections des éléments	98
§ 3. Erreurs moyennes des résultats.....	105
§ 4. Récapitulation des résultats.....	109

C. R. Comptes rendus de l'Académie des Sciences de Paris.
Vjst. Vierteljahrschrift der Astronomischen Gesellschaft.
Opp. I, II. Th. v. Oppolzer, Lehrbuch zur Bahnbestimmung der Kometen und Planeten, vol. I, II.
v. volume.
p. page.
t. temps.
m., moy. moyen.

Une nomenclature complète des publications relatives à la première comète périodique de Tempel
a paru dans l'Annuaire du Bureau des Longitudes, année 1885, p. 208, et a été continuée dans
l'année 1886, p. 229, et dans l'année 1887, p. 225.

INTRODUCTION

Le 3 avril 1867 à 10 h. du soir, M. W. Tempel découvrait à Marseille, par $225^{\circ}45'$ d'ascension droite et $2^{\circ}27'$ de déclinaison australe, une faible nébulosité dont il soupçonna aussitôt la nature cométaire. Ce jour-là il ne put apprécier aucun mouvement, mais le lendemain, la nébulosité s'était déplacée de quelques minutes d'arc en ascension droite, et l'existence d'une comète nouvelle se trouvait ainsi démontrée. C'était à ce moment, au dire de M. Tempel ¹, une masse nébuleuse assez effacée, faiblement condensée vers son centre, où par instants brillaient quelques points lumineux.

Les premières observations exactes de cette comète ont été obtenues le 12 avril aux observatoires de Leipzig et de Berlin. Dès le 21 avril, date d'une nouvelle observation de Berlin, M. C.-F.-W. Peters déterminait un premier système d'éléments paraboliques ² au moyen de ces observations et de la position approchée donnée par M. Tempel. La comète ayant été observée ensuite le 25 avril à Hambourg, M. Peters calculait, au moyen de cette position et des données des 12 et 21 avril, un nouveau système d'éléments paraboliques ³, qui ne pouvait pas encore prétendre à une grande exactitude, vu le déplacement très lent de la comète, mais qui permit cependant de suivre sa marche jusque vers le milieu du mois de mai.

A ce moment-là, C. Bruhns, aidé de M. Valentiner, n'ayant pas réussi

¹ A. N., 69, p. 63.

² et ³ A. N., 69, p. 95.

quer cette discordance, mais sans l'attribuer à la cause la plus probable, à savoir des erreurs de calcul. Il discute les valeurs respectives des deux solutions, et finit par s'arrêter à des corrections insignifiantes, dont la moins faible, pour φ , est de $+ 1''.4$. Aussi ces éléments, soi-disant définitifs, et que je tiens à citer, ne représentent-ils pas mieux les lieux normaux et l'ensemble des observations que ceux qui ont servi de point de départ.

*Éléments Sandberg.*¹

$$\begin{array}{l} T = 1867 \text{ mai } 23. 957615 \text{ t. m. de Berlin.} \\ \pi = 236^\circ \ 9' \ 34''.0 \\ \Omega = 101 \ 10 \ 10.2 \\ i = 6 \ 24 \ 35.5 \\ \varphi = 30 \ 38 \ 39 \ 4 \\ a = 3.18903 \\ p. = 623''.0441 \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{l} T \\ \pi \\ \Omega \\ i \\ \varphi \\ a \\ p. \end{array}} \right\} \text{Équinoxe moy. 1867.0}$$

Par malheur, c'est ce résultat final seul qui a été publié dans les *Astronomische Nachrichten*; et comme on ne connaissait généralement pas la manière dont il avait été obtenu, on lui a attribué plus de valeur qu'il n'en avait en réalité. Des juges compétents², qui avaient examiné la dissertation de Sandberg, estimèrent que ce travail ne devait pas être considéré comme définitif; d'autres astronomes s'annoncèrent pour le reprendre, mais aucun ne donna suite à ce projet; d'où le fâcheux résultat, que presque tous les calculs ultérieurs ont été basés sur les éléments Sandberg qui sont plus éloignés de la vérité que ceux de Bruhns et de Searle cités plus haut.

Il avait été convenu que l'observatoire de Leipzig se chargeait d'exécuter les calculs nécessaires pour assurer, autant que possible, la découverte de la comète lors de son retour en 1873. On prévoyait en effet que

¹ Specimen inaugurale, p. 42. — A. N., 74, p. 103, où l'on doit lire pour la valeur de ω : $23^\circ.8$ et non $13^\circ.8$.

² Vjst. IV, p. 250.

sur la comète. Il prit comme base les éléments de Searle pour 1867 et poussa ses calculs jusqu'au 17 novembre 1871, époque où les perturbations devenaient comparativement légères. Pour cette date M. Plummer obtient le système d'éléments suivant :

$$\begin{aligned} T &= \\ \pi &= \\ \Omega &= \\ i &= \\ \varphi &= \\ a &= \\ \mu &= \dots \dots \end{aligned}$$

Ces résultats, quoique incomplets et obtenus sans un calcul absolument rigoureux, suffisaient cependant à montrer la grandeur de l'action perturbatrice exercée par Jupiter.

Peu de temps après leur publication, parut le travail promis par l'observatoire de Leipzig; ce travail est dû à M. le Dr Seeliger qui a pris comme base les éléments Sandberg. Faute de temps, il n'a pu que faire un calcul approximatif. Il a trouvé comme valeur minimum de la

¹ M. N., XXXIII, p. 326. — A. N., 81, p. 65.

distance de la comète à Jupiter 0.32 le 28 janvier 1870, et il a obtenu pour 1873 le système d'éléments suivant ¹ :

Éléments Seeliger.

$$\begin{aligned} T &= 1873 \text{ mai } 8.95 \text{ t. m. de Berlin.} \\ \pi &= 238^\circ \ 5' \ 31'' \\ \Omega &= 77 \ 58 \ 7 \\ i &= 9 \ 54 \ 11 \end{aligned} \left. \vphantom{\begin{aligned} \pi \\ \Omega \\ i \end{aligned}} \right\} \text{Équinoxe moy. 1867.0}$$

$$\begin{aligned} \varphi &= 28 \ 35 \ 4 \\ \mu &= 591''.889 \end{aligned}$$

M. Seeliger a fait suivre sa note d'une éphéméride calculée au moyen de ces éléments, et de deux autres obtenues en faisant varier T de ± 10 jours.

Une éphéméride a aussi été calculée à Poulkova par M. Doberck ² en appliquant aux éléments de Sandberg les valeurs des perturbations obtenues par M. Plummer.

Enfin E. v. Asten ³, craignant que le retour de la comète ne fût manqué, faute d'une éphéméride suffisamment exacte, a fait un nouveau calcul des perturbations subies par la comète sous l'influence de Jupiter seul. Il a pris pour base les éléments de Sandberg et s'est servi de la méthode de Hansen de la variation des coordonnées polaires. Il a trouvé pour le retard du passage de la comète à son périhélie une valeur plus forte de 9 jours que celle obtenue par le Dr Seeliger. Ses éléments pour 1873 sont :

¹ A. N., 81, p. 145. — M. N., XXXIII, p. 327.

² A. N., 81, p. 189.

³ Ueber die zweite Erscheinung des Tempelschen Cometen (Comet 1867 II), par E. Asten, Mélanges mathématiques et astronomiques tirés du Bulletin de l'Académie impériale des sciences de Saint-Petersbourg, tome V, $\frac{27 \text{ mars}}{8 \text{ avril}}$ 1873. — A. N., 81, p. 233.

fondant sur les observations de Marseille du 3 avril et du 1^{er} mai et une observation de Twickenham du 22 mai, calcula un nouveau système d'éléments et une éphéméride qui permit d'obtenir encore quelques observations de la comète au mois de juin à Athènes, Marseille et Pola. La dernière observation de 1873 est celle du 1^{er} juillet à Marseille; en tout il en a été fait une cinquantaine.

Plus tard Sandberg a encore calculé des éléments pour cette appari-

¹ Mém. cité, p. 18. — A. N., 81, p. 337.

tion, en employant les observations du 3 avril (Marseille), 21 mai (Leipzig) et 23 juin (Athènes). Je cite ces éléments en même temps que ceux de M. Hind :

<i>Éléments Hind.</i> ¹	<i>Éléments Sandberg.</i> ²
T = 1873 mai 9.74218 t. m. de Greenwich.	mai 9.05059 t. m. de Berlin.
$\pi = 238^{\circ} 1' 6''.0$	$237^{\circ} 38' 41''.5$
$\Omega = 78 \ 43 \ 18.9$	$78 \ 44 \ 38.6$
$i = 9 \ 45 \ 49.1$	$9 \ 44 \ 12.5$
$\varphi = 27 \ 31 \ 14.6$	$27 \ 30 \ 58.2$
$a = 3.29142$	3.28895
$\mu = 594''.19987$	$594''.8712$

La comète s'est moins approchée de la terre en 1873 qu'en 1867, parce que les perturbations causées par Jupiter ont augmenté sa distance périhélie, sans changer sensiblement sa distance aphélie. La comète présentait l'aspect d'une faible nébuleuse oblongue de 1' de diamètre environ, un peu condensée au centre. Quelques observateurs ont comparé l'éclat de sa condensation centrale à celui d'une étoile de douzième grandeur.

C'est à la fin de la période suivante, de 1873 à 1879, que, sur le conseil du prof. Bruhns, j'ai commencé à m'occuper de cette comète. Malheureusement c'était assez près du retour prévu de la comète en 1879, et mes premiers calculs relatifs aux apparitions de 1867 et 1873, ainsi qu'aux perturbations subies par la comète dans la période intermédiaire, n'ont pas été terminés à temps pour que j'aie pu en déduire une valeur certaine pour le moyen mouvement diurne, et par suite pour la durée de la révolution de 1873 à 1879.

Pour déterminer cette valeur d'une façon approximative, j'ai dû recourir aux calculs antérieurs de MM. Seeliger et v. Asten, en tenant compte surtout des divergences que présentaient les dates qu'ils avaient

¹ M. N. XXXIII, p. 498. — A. N., 81, p. 369. — B. O. P., 31 mai. — B. H., XII, p. 177.

² A. N., 85, p. 309.

obtenues pour l'époque du passage au périhélie, et les dates trouvées directement par MM. Hind et Sandberg d'après les observations faites en 1873. J'ai interpolé les éléments entre les valeurs données par ces différents calculateurs pour obtenir des valeurs aussi plausibles que possible, et j'ai adopté pour le moyen mouvement une valeur très voisine de celle de M. Seeliger. Ces éléments ¹ sont :

$$\begin{array}{lcl}
 T = 1879 \text{ Mai } 10.9446 \text{ t. m. de Berlin.} \\
 \left. \begin{array}{l}
 \pi = 238^{\circ} 41' 30''.4 \\
 \Omega = 78 \ 45 \ 37 \ .4 \\
 i = 9 \ 46 \ 31 \ .6
 \end{array} \right\} \text{Équinoxe moy. } 1879.0 \\
 \varphi = 27 \ 35 \ 0 \ .6 \\
 \mu = 592''.4215
 \end{array}$$

Le seul effet appréciable était un retard de 3 jours environ pour l'époque du passage au périhélie. D'après ces éléments j'ai préparé une

¹ A. N., 93, p. 319.

² A. N., 94, p. 157.

1867	avril	3	Découverte de la comète par M. Tempel.	$J = 0.75$
	mai	18	Éclat maximum	1.26
	juillet	4	Dernière observation à Leipzig.....	0.67
	août	21	» » à Athènes	0.21
1873	avril	3	Découverte par M. Stephan.....	0.30
	mai	24	Éclat maximum	0.54
	juin	23	Dernière observation à Athènes	0.42
1879	avril	24	Découverte par M. Tempel.....	0.41
	mai	24	Éclat maximum	0.51
	juillet	8	Dernière observation à Arcetri.....	0.33

Si l'on compare l'éclat de la comète lors des dernières observations de Schmidt, à Athènes, en 1867 et en 1873 et que l'on en rapproche le fait, déjà signalé, qu'en 1879 Schmidt ne l'a pas vue, une diminution d'éclat paraît assez probable. D'autre part les observations ont cessé à Leipzig, en 1867, à une époque où la comète était encore relativement brillante, puisqu'on l'observait 50 jours plus tard. Mais il faut tenir compte du fait qu'au mois de juillet, la nuit n'est jamais complète à Leipzig et qu'en outre à ce moment-là le temps était peu favorable. Cela expliquerait la remarque de Bruhns ¹ que l'éclat de la comète diminue bien plus rapidement que ne le feraient supposer l'augmentation de sa distance et l'hypothèse qu'elle ne devrait sa lumière qu'au soleil.

Très vite après la réapparition de la comète en 1879, j'ai été obligé, pour des motifs indépendants de ma volonté, d'interrompre ce travail, et lorsque plusieurs années après, j'ai pu le reprendre, le moment était déjà venu de se préoccuper du retour de la comète en 1885. J'ai donc momentanément laissé de côté l'apparition de 1867 et la période intéressante de 1867 à 1873, et je me suis borné à l'étude des deux apparitions de 1873 et de 1879, qui m'ont fourni les bases nécessaires au

¹ A. N., 69, p. 287.

v. Asten se décida à entreprendre un nouveau calcul¹ des perturbations de 1867 à 1856, mais toujours en ne tenant compte que de Jupiter. Il prit comme base les éléments de Sandberg, en y modifiant μ proportionnellement à la divergence existant entre les observations et les résultats de son précédent calcul. Il admit ces éléments osculateurs le 7 avril, et fit le calcul des perturbations d'après la méthode de Hansen, en remontant jusqu'au 13 juillet 1856. Voici ses éléments de départ et d'arrivée :

$T = 1867$ mai 23.95761 t. m. de Berlin.	1856 février 1.578 t. m. de Berlin.
$\pi = 236^\circ 3' 32''.5$	$235^\circ 28' 37''.7$
$\Omega = 101 \quad 4 \quad 6.4$	$103 \quad 3 \quad 43.1$
$i = 6 \quad 24 \quad 35.1$	$6 \quad 19 \quad 37.0$
$\varphi = 30 \quad 38 \quad 39.4$	$31 \quad 47 \quad 46.8$
$\mu = 625''.8271$	$640''.401$

La moindre distance entre la comète et Jupiter correspond au 15 décembre 1857, elle était 1.2. Si l'on calcule d'après les derniers éléments la position de la comète en coordonnées écliptiques, on trouve pour le 16 mai 1855 : mai 16.44, $\lambda = 109^\circ 4'.3$, $\beta = +2^\circ 9'.4$, tandis que l'observation de Goldschmidt donne : $\lambda = 322^\circ 30'.2$, $\beta = -1^\circ 42'.6$.

La non-identité des deux astres est donc clairement établie, et même s'il y avait quelque petite correction à appliquer aux éléments dont v. Asten s'est servi pour faire ce calcul, il me semble que la question a été résolue par lui dans le sens négatif d'une manière absolument définitive.

¹ A. N., 82, p. 273.

à Leyde¹. Il y aura lieu plus tard de tenir compte de cet important travail.

Pour la réduction des positions des étoiles ou de la comète, du lieu moyen au lieu apparent, ou vice versa, j'ai employé les données du *Berliner Jahrbuch* de 1867. Pour le calcul des parallaxes j'ai utilisé les tables publiées par l'observatoire de Berlin² où l'on a adopté pour la parallaxe du soleil la valeur 8".90.

¹ P. 5.

² Ces observations sont toutes publiées dans les A. N., v. 69 à 75 et 90.

³ A. N. 86, p. 813 ss.

⁴ Sammlung von Hülftafeln der Berliner Sternwarte. Berlin, 1869.

$$\begin{aligned}\varphi &= 30\ 31\ 44.3 \\ a &= 3.17525 \\ \mu &= 627''.4050\end{aligned}$$

Ces éléments laissent subsister les différences suivantes avec les lieux normaux :

¹ Lorsque dans la suite il n'est rien spécifié de contraire, le temps est exprimé en temps moyen de Berlin.

	$\Delta\alpha \cos \delta$	$\Delta\delta$
I	+ 2".2	— 3".9
II	+ 0 .5	— 0 .9
III	+ 1 .7	— 0 .2
IV	— 2 .2	— 0 .7
V	+ 3 .0	— 1 .5
VI	+ 3 .3	+ 5 .2
VII	— 8 .1	— 15 .1

Ces quantités sont déduites d'un calcul à 6 décimales seulement; elles ne concordent pas absolument avec celles qu'on obtient par la substitution des corrections dans les équations de condition. On pourrait donc les réduire encore un peu par une troisième série de corrections; mais telles qu'elles sont, elles montrent que l'on peut déjà mieux satisfaire aux lieux normaux avec ces éléments qu'avec ceux de Sandberg.

Le dernier lieu normal se trouve mal représenté, mais cela n'est pas surprenant, car il repose sur les cinq dernières observations, peu concordantes, de Schmidt, à Athènes, au moment où la comète se trouvait à la limite de la perception visuelle. Ces éléments tiennent en revanche mieux compte du sixième lieu, formé des quatre observations de Cambridge, et ils se rapprochent sensiblement des éléments de M. Searle ¹.

Je n'ai pas poussé plus loin la discussion de ces résultats : en présence de la correction de plus de 4" à faire subir au moyen mouvement diurne, je me suis trouvé fort perplexe. En effet les calculateurs des perturbations de la période de 1867 à 1873 s'étaient servis des éléments Sandberg, et l'un d'eux, M. le Dr Seeliger, avait obtenu pour l'époque du passage au périhélie, en 1873, une date très proche de la vérité.

Von Asten, partant des mêmes éléments Sandberg, avait trouvé des résultats différents, et en particulier pour le passage au périhélie une époque postérieure de 9 jours environ. D'après lui, il y aurait eu lieu d'augmenter le moyen mouvement diurne pour 1867 de 2".783, quantité

¹ P. 4.

Ces éléments représentent les lieux normaux moins bien que ceux que j'ai obtenus précédemment. Ils satisfont mal au sixième lieu normal, fondé cependant sur de bonnes observations de Cambridge et, somme toute, ils diffèrent peu de ceux de Sandberg.

Pour les motifs énoncés plus haut, ce sont pourtant ces éléments que j'ai pris pour base du calcul des perturbations durant la période de 1867 à 1873 et je ne me suis pas cru autorisé à adopter un système d'éléments renfermant μ augmenté de 4".

§ 2. Période 1867 à 1873.

Les travaux de MM. Plummer, Seeliger et v. Asten ont mis en lumière la grandeur des perturbations occasionnées par l'action de Jupiter sur la comète durant cette période; il n'y avait donc pas lieu tout d'abord de s'occuper de l'action des autres planètes.

Je suis parti des derniers éléments auxquels j'étais parvenu pour 1867 en les supposant osculateurs le 6 juillet 1867. J'ai suivi la méthode de la variation des éléments en calculant pour chaque date avec les éléments osculateurs.

Les positions de Jupiter ont été empruntées au *Berliner Jahrbuch*. J'ai employé d'abord des intervalles de 40 jours, jusqu'au 2 mars 1868, puis des intervalles de 20 jours, réduits à 10 dès le 18 septembre 1868. J'ai conservé cet intervalle de 10 jours jusqu'au 15 février 1871, et à partir de cette dernière date j'ai achevé le calcul avec des intervalles de 40 jours.

V. Asten donne les résultats de son calcul pour quelques dates entre 1867 et 1873, et je crois qu'il sera intéressant de les mettre en regard de ceux que j'ai obtenus pour les mêmes époques. V. Asten employait la méthode de Hansen de la variation des coordonnées polaires. Au commencement et à la fin il calculait à intervalles de 60 jours, mais pour toute la période où la distance entre Jupiter et la comète a été inférieure à 1, c'est-à-dire du 27 novembre 1868 jusqu'au 15 février 1871, il a diminué l'intervalle de moitié et tenu compte des termes du second ordre.

Voici le tableau comparatif de ces résultats où les éléments π , Ω , i , sont partout rapportés à l'équinoxe moyen de 1870.0 :

PREMIERS CALCULS.

V. ASTEN.	GAUTIER.
I	I
<i>Éléments Sandberg.</i>	<i>Éléments Sandberg corrigés.</i>
T = 1867 mai 23.95761	1867 mai 23.96169
M 1867 juillet 6 = 7° 26' 57".30	7° 26' 54".765
μ = 623".04414	623".04414
φ = 30° 38' 39".4	30° 38' 40".91
i = 6 24 35.4	6 24 38.62
Ω = 101 12 28.7	101 11 24.71
π = 236 11 54.8	236 12 13.06
II	II
M 1868 novembre 27 = 95° 4' 10".4	95° 4' 0".86
μ = 620".8707	620".8659
φ = 30° 51' 33".7	30° 51' 36".27
i = 6 24 24.3	6 24 30.21
Ω = 100 26 20.8	100 24 56.85
π = 236 16 34.4	236 16 54.32
III	III
M 1870 avril 6 = 174° 29' 41".4	174° 27' 55".13
μ = 613".5907	611".9179
φ = 30° 57' 2".8	30° 46' 5".34
i = 9 34 24.0	9 33 48.92
Ω = 79 8 6.8	79 10 3.59
π = 237 53 29.0	237 56 50.43
IV	IV
M 1871 février 15 = 226° 22' 34".0	225° 14' 9".87
μ = 589".4929	587".5083
φ = 28° 20' 44".4	28° 3' 35".74
i = 10 1 16.6	10 1 13.63
Ω = 78 6 21.4	78 7 8.04
π = 237 38 8.5	238 3 27.62
V	V
T = 1873 mai 18.038	1873 mai 27.686
M 1873 mars 6 = 348° 1' 46".9	346° 33' 24".3
μ = 590".009	585".299
φ = 27° 37' 0".5	27° 26' 44".4
i = 9 52 27.3	9 52 25.8
Ω = 77 53 47.6	77 51 31.8
π = 237 26 57.2	237 49 40.7

j'ai comparé les 43 observations ¹ de la comète dont j'avais connaissance, après les avoir réduites à nouveau. J'ai réuni ces observations en 5 lieux normaux que je transcris ici ainsi que leurs écarts $\Delta \alpha \cos \delta$ et $\Delta \delta$ avec l'éphéméride, en tenant compte de l'action perturbatrice des planètes pendant cette apparition.

¹ P. 9.

² Quatre observations faites à Marseille à la fin de juin m'ont été communiquées depuis lors par M. Stephan; elles ont servi dans le calcul définitif.

	1873	α 1873.0	δ 1873.0	$\Delta\alpha \cos \delta$	$\Delta\delta$	Poids.
		° ' "	° ' "	"	"	
I	Avril 3.5	246 33 48.70	—10 38 27.27	+ 2.59	+ 6.47	4.0
II	30.0	249 28 52.52	—13 0 34.15	—19.29	+18.19	2.0
III	Mai 22.5	247 31 7.59	—16 13 15.67	+ 3.47	+18.90	7.5
IV	31.0	246 11 54.21	—17 40 41.24	+ 6.19	+12.71	10.0
V	Juin 18.5	243 51 7.42	—20 57 12.46	+ 0.45	—26.90	4.5

J'ai calculé les coefficients des équations de condition pour les dates des lieux normaux, et les équations finales correspondantes. Puis j'ai cherché à en déduire les valeurs des corrections à appliquer aux éléments; mais c'est ici que la proportionnalité très marquée des coefficients de ΔM et de $\Delta \pi$ a manifesté ses fâcheux effets. Ayant renoncé à chercher les corrections de cette manière, j'avais provisoirement adopté une valeur de μ basée sur les calculs antérieurs de MM. Seeliger et v. Asten. Mais lorsque, en 1879, le retour de la comète a permis de fixer presque exactement cette valeur de μ , j'ai repris mon calcul pour trouver les corrections des éléments. Après plusieurs approximations successives, je suis arrivé à un résultat favorable. Je donne plus bas les deux systèmes d'éléments assez semblables auxquels je suis parvenu en dernier lieu; tous deux représentent les lieux normaux d'une manière satisfaisante, le second un peu mieux cependant que le premier.

A.		B.	
$T = 1873$	mai 10.09529	1873	mai 10.12067
$\pi = 238^{\circ} 10' 58''.15$	} Équinoxe moy. 1873.0	$238^{\circ} 11' 45''.83$	} Équinoxe moy. 1873.0
$\Omega = 78\ 43\ 17.88$		$78\ 43\ 16.17$	
$i = 9\ 46\ 24.07$		$9\ 46\ 27.12$	
$\varphi = 27\ 32\ 53.23$		$27\ 32\ 59.12$	
$a = 3.29573$		3.29599	
$\mu = 593''.03375$		592''.96274	

maux provisoires, et modifiant un peu la valeur de τ , et celle de μ d'une manière correspondante, j'ai pu représenter avec assez d'exactitude les 40 observations de la comète faites en 1879 au moyen du système d'éléments suivant :

$$\begin{aligned} T &= 1879 \text{ mai } 7.4418 \\ \pi &= 238^{\circ} 24' 19''.65 \\ \Omega &= 78 \ 45 \ 24.72 \\ i &= 9 \ 46 \ 31.08 \end{aligned} \left\{ \begin{array}{l} \text{Équinoxe moy. } 1879.0 \end{array} \right.$$

$$\begin{aligned} \varphi &= 27 \ 32 \ 46.23 \\ a &= 3.29533 \\ \mu &= 593''.4418 \end{aligned}$$

Ces éléments, où T et μ ont des valeurs très approchées et correspondant à celles qu'ils ont pour 1873, m'ont servi à discuter les observations de la comète faites en 1879. Ils étaient aussi suffisants pour le calcul des perturbations de la période suivante de 1879 à 1885. J'ai seulement un peu modifié, en appliquant la méthode des moindres carrés, les valeurs de π , Ω , i et φ , afin de représenter plus exactement les dernières observations de 1879. Ces éléments ainsi corrigés sont publiés dans les *A. N.*, (v. 111, p. 242). Ceux que je donne au même endroit pour 1873 sont des éléments interpolés entre les systèmes A et B (p. 25) pour faire concorder les valeurs de μ en 1873 et en 1879.

Dans la note précitée, j'avais cru pouvoir supposer que la valeur de μ , 593".14, était exacte à $\pm 0''.01$ près. Du fait que j'avais négligé d'abord l'action de la Terre et de Vénus cette erreur était d'environ $+ 0''.02$. Cela n'infirme cependant en rien les résultats que j'ai obtenus pour 1885, car de cette erreur, il résulte seulement une différence correspondante de moins de 0.1 jour pour l'époque du passage au périhélie en septembre 1885.

tion du moyen mouvement diurne.

Pour la période qui nous occupe et pendant laquelle les perturbations causées par Jupiter ont été relativement faibles, j'aurais pu hésiter sur le choix d'une méthode, si je n'avais eu le motif péremptoire de rattacher mon calcul à ceux des deux autres périodes. J'ai donc calculé d'après les formules suivantes de la méthode de la variation des éléments : ¹

¹ Encke, *Astron. Abhandlungen, Berl. Jahrbuch. de 1838*, p. 278. — Opp. II, p. 222.

$$w \frac{di}{dt} = r \cos u \, W$$

$$w \frac{d\Omega}{dt} = \frac{r \sin u}{\sin i} \, W$$

$$w \frac{d\pi}{dt} = -\frac{p \cos v}{\sin \varphi} \, R + (p + r) \frac{\sin v}{\sin \varphi} \, S + r \sin u \, \operatorname{tg} \frac{1}{2} i \, W$$

$$w \frac{d\varphi}{dt} = a \cos \varphi \sin v \, R + a \cos \varphi (\cos v + \cos E) \, S$$

$$w^2 \frac{d\mu}{dt} = -\frac{3wk}{\sqrt{a}} \sin \varphi \sin v \, R - \frac{3wk}{\sqrt{a}} \frac{p}{r} \, S$$

$$w \frac{dM}{dt} = \left\{ p \cotg \varphi \cos v - 2 \cos \varphi \, r \right\} R - (p + r) \cotg \varphi \sin v \, S$$

On obtient les valeurs des perturbations des éléments $i \, \Omega \, \pi \, \varphi \, \mu$ par l'intégration numérique, au moyen de formules de la forme :

$$\Delta i = \int \frac{di}{dt} \, dt$$

Pour M , il y a deux termes à considérer, dont l'un dépend de la variation de μ :

$$\Delta M = \Delta_1 M + \Delta_2 M$$

où

$$\Delta_1 M = \int \frac{dM}{dt} \, dt \quad \text{et} \quad \Delta_2 M = \int dt \int \frac{d\mu}{dt} \, dt$$

Dans ces formules r représente le rayon vecteur de la comète, v l'anomalie vraie, E l'anomalie excentrique, u l'argument de la latitude, p le paramètre donné par la relation $p = a(1 - e^2)$, k la constante du système solaire, t le temps et w l'intervalle de temps adopté, tous deux exprimés en jours.

$R \, S \, W$ sont les composantes de la force perturbatrice rapportées à

$$\begin{aligned}\Delta \delta &= - 2' 28.53 \\ \Delta \pi &= + 8' 20.54 \\ \Delta \varphi &= - 8.49\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\Delta_1 M &= - 12' 25.49 \\ \Delta_2 M &= - 18' 0.50\end{aligned}$$

Une fois la comète retrouvée, j'avais dû, pour représenter les observations de 1879, augmenter la valeur de μ de plus de 1" et j'avais conclu pour cet élément en 1873 : $\mu = 593''.06$.

Les éléments B³ auxquels je suis parvenu par l'ensemble des obser-

¹ Opp. II, p. 236.

² P. 10.

³ P. 25.

Voici les valeurs totales des variations des éléments résultant de l'intégration numérique, avec les systèmes osculateurs correspondant au 15 avril 1873 et au 24 avril 1879 :

	Δi	$\Delta \Omega$	$\Delta \pi$	$\Delta \varphi$	$\Delta \mu$	$\Delta_1 M$	$\Delta_1 M$
\mathfrak{A}	+ 4".924	- 2' 27".979	+ 8' 18".516	- 5".007	+ 0.11957	- 12' 25".985	- 17' 59".438
\mathfrak{B}	- 1.203	- 7.722	- 46.685	- 6.154	- 0.01223	+ 7.920	+ 56.487
\mathfrak{C}	+ 0.074	- 0.540	+ 0.340	- 1.726	+ 0.01170	+ 32.450	+ 2.792

Éléments B osculateurs 1873 avril 15.

$M_0 = - 4^\circ 8' 15".02$	
$T = 1873 \text{ mai } 10.12067$	
$\pi = 238^\circ 17' 37".79$	
$\Omega = 78 \ 48 \ 48 \ .43$	Équinoxe moy. 1880.0
$i = 9 \ 46 \ 27 \ .38$	
$\varphi = 27 \ 32 \ 59 \ .12$	
$\mu = 592".96274$	

Éléments osculateurs 1879 avril 24.

$- 2^\circ 15' 3".41$	
$1879 \text{ mai } 7.66322$	
$238^\circ 25' 9".93$	
$78 \ 46 \ 12 \ .19$	Équinoxe moy. 1880 0
$9 \ 46 \ 31 \ .12$	
$27 \ 32 \ 46 \ .23$	
$593".08179$	

L'époque du passage au périhélie en 1879 est trop tardive. La comparaison avec les observations a donné en effet : Mai 7.4418. Or en considérant que l'action de Mars, presque nulle sur tous les éléments, produisait cependant une variation de plus d'une demi-minute dans l'anomalie moyenne, je me suis décidé à tenir aussi compte de l'action de la Terre et de Vénus qui avaient été assez rapprochées de la comète lors de son passage au périhélie en 1873. Pour ces deux planètes j'ai fait le calcul avec des intervalles de 40 jours, et j'y ai joint celui de l'influence exercée par Uranus, avec des intervalles de 80 jours. Ces dernières perturbations sont si faibles que j'ai négligé l'action de Neptune, de même que j'avais négligé celle de Mercure.

J'ai emprunté les positions de la Terre, Vénus et Uranus au *Berl. Jahrbuch*. Voici le résultat du calcul des perturbations causées par ces trois planètes :

	Δi	$\Delta \Omega$	$\Delta \pi$	$\Delta \varphi$	$\Delta \mu$	$\Delta_2 M$	$\Delta_1 M$
♂	+ 0".053	- 0".674	+ 3".943	- 0".327	+ 0".00195	+ 44".602	+ 6".866
♀	+ 0 .082	- 0 .343	+ 0 .986	- 2 .738	+ 0 .02253	+ 40 .860	+ 5 .508
♂	- 0 .038	- 0 .293	- 1 .081	- 0 .147	- 0 .00005	+ 0 .081	+ 1 .178

Pour tous les éléments, sauf M, les variations dues à l'action de la Terre et de Vénus sont presque négligeables, la brièveté relative de leur révolution entraînant de fréquents changements de signe. Mais l'action sur M est très marquée, et le retard occasionné par Jupiter se trouve ainsi sensiblement atténué par l'action de Mars, la Terre et Vénus.

Dans le calcul de l'influence de la Terre et de Vénus l'intervalle de 40 jours que j'ai adopté est un peu grand, pour Vénus surtout ; mais il est facile de s'assurer que le résultat est suffisamment exact, en employant le procédé indiqué par Encke ¹ et qui consiste à intégrer les perturbations pour des intervalles doubles, en doublant simplement de deux en deux les valeurs précédemment obtenues. Dans ce cas-ci on obtient par les intervalles de 80 jours :

	Δi	$\Delta \Omega$	$\Delta \pi$	$\Delta \varphi$	$\Delta \mu$	$\Delta_2 M$	$\Delta_1 M$
♂	+ 0".10	- 0".68	+ 4".28	- 0".53	+ 0".0035	+ 46".22	+ 6".89
♀	+ 0 .06	- 0 .34	+ 2 .06	- 2 .76	+ 0 .0211	+ 40 .57	+ 4 .69

La concordance n'est point absolue, mais elle est suffisante pour que je n'aie pas hésité à adopter les valeurs du calcul à 40 jours d'intervalle.

Si l'on fait la somme des perturbations dues aux six planètes troublantes, on obtient :

$\Delta i = + 3".83$	$\Delta \mu = + 0".14347$
$\Delta \Omega = - 2' 37".55$	$\Delta_2 M = - 10' 20".072$
$\Delta \pi = + 7' 35".99$	$\Delta_1 M = - 16' 46".607$
$\Delta \varphi = - 16'.10$	$\Delta M = - 27' 6".679$

En modifiant les éléments B d'après ces valeurs on trouve :

¹ *Berl. Jahrbuch de 1838*, p. 270.

$$\begin{aligned}
M_0 \text{ 1879 avril 24} &= -2^\circ 12' 52''.570 \\
T &= \text{1879 mai 7.44176} \\
\pi &= 238^\circ 25' 4''.86 \\
\Omega &= 78 \ 46 \ 11 \ .20 \\
i &= 9 \ 46 \ 30 \ .64 \\
\varphi &= 27 \ 32 \ 41 \ .92 \\
\mu &= 593''.119494
\end{aligned}
\left. \begin{array}{l} \\ \\ \\ \\ \end{array} \right\} \text{Équinoxe moy. 1880.0}$$

Ces deux systèmes d'éléments correspondants devront être encore corrigés au moyen de la méthode des moindres carrés pour amener une concordance aussi parfaite que possible entre le calcul et les observations faites en 1873 et en 1879.

III. POSITIONS DES ÉTOILES DE COMPARAISON

POUR LES APPARITIONS DE 1873 ET DE 1879

La position de l'étoile de comparaison est à la base de toute observation micrométrique. Les erreurs dont elle est affectée se transportent en entier à la position conclue pour l'astre observé. Aussi l'un des principaux objectifs de tout calculateur d'orbite, sera-t-il toujours de rechercher pour les étoiles de comparaison des positions aussi précises que possible.

J'ai eu la bonne fortune de pouvoir utiliser pour mon travail une série d'observations d'étoiles faites à l'observatoire de Leyde, et qui ont été mises à ma disposition avec une extrême obligeance par M. E.-F. van de Sande Bakhuyzen. J'ai eu déjà l'occasion, à propos de la première apparition de la comète, de signaler une revision des positions d'étoiles pour 1867, faite à Leyde par MM. Valentiner et E.-F. v. d. S. Bakhuyzen. Depuis lors ce dernier, aidé de deux de ses collègues, a étendu ce travail aux étoiles qui avaient servi aux observations de 1873 et de 1879. Lorsqu'il a su que je continuais à m'occuper de la détermination de l'orbite de cette comète, il a bien voulu me fournir tous les documents et renseignements désirables. Qu'il reçoive ici l'expression de ma reconnaissance. Je ne saurais mieux faire que de publier *in extenso* les observations faites à Leyde, telles qu'elles m'ont été communiquées, et de les faire suivre des remarques explicatives de l'auteur.

§ 1. Observations d'étoiles faites à l'observatoire de Leyde.

N°	Grandeur.	Jour d'observation.	Position de l'instrument	Observateur.	Correction relative à l'ordre de grandeur.	ASCENSION DROITE 1880.0	DÉCLINAISON 1880.0
I. Étoiles pour l'apparition de 1873.							
1	7.3	1884 Mai.... 21	O	B	—0.074	^h ^m ^s 16 7 46.339	—22 4 29.09
		Juin.... 19	»	»	074	342	28.48
2	8.7	1880 Mai.... 11	O	S	—0.056	13 23.010	—21 13 3.77
		12	»	B	082	22.941	2.77
3	6.8	1880 Avril... 19	O	S	—0.042	13 36.979	—21 33 2.81
		Mai.... 4	»	»	042	999	3.39
4	9.0	1880 Mai.... 30	O	B	—0.087	14 14.250	—21 49 14.42
		1881 Mars... 15	»	S	060	169	13.11
		27	E	W	060	137	13.20
5	8.6	1881 Mars... 31	E	W	—0.069	15 4.305	—21 22 4.55
		Avril... 6	»	S	054	240	3.59
6	7.7	1884 Mai.... 21	O	B	—0.082	15 41.474	—22 50 1.59
		Juin.... 19	»	»	082	501	1.60
7	9.0	1881 Avril... 4	E	W	—0.060	16 6.427	—20 59 60.45
		7	»	B	087	347	58.75
8	6.0	1880 Avril... 17	O	W	—0.030	17 4.978	—19 45 16.54
		19	»	S	030	946	18.09
9	8.0	1884 Juin.... 24	O	W	—0.045	17 15.760	—22 22 28.68
		25	»	B	069	712	28.08
10	7.4	1884 Mai.... 21	O	B	—0.076	18 12.619	—23 10 54.83
		Juin.... 19	»	»	076	590	54.35
11	9.0	1880 Mai.... 4	O	S	—0.060	18 21.254	
		30	»	B	087	267	—20 2 12.56
		1881 Avril... 3	E	»	087	189	12.10
		6	»	S	060	267	

N°	Grandeur.	Jour d'observation.	Position de l'instrument	Observateur.	Correction relative à l'ordre de grandeur.	ASCENSION DROITE 1880.0	DÉCLINAISON 1880.0
12	6.0	1881 Mars... 27 31	E »	W »	^s —0.030 030	^{h m s} 16 20 4.211 169	^{° ' "} —18 10 56.80 56.76
13	7.0	1880 Avril... 17 ¹ 19	O »	W S	—0.045 045	21 49.322 336	—17 42 57.94 61.15
14	8.5	1880 Mai.... 11 12	O »	S B	—0.053 078	22 42.771 663	—17 58 24.68 23.37
15	9.0	1880 Mai.... 17 30 1881 Mars... 31	O » E	B » W	—0.087 087 060	23 28.311 394 340	—18 4 21.02 20.61 21.22
16	8.0	1881 Avril... 3 6	E »	B S	—0.069 045	24 43.192 226	—17 27 7.67 9.25
17	10.0	1881 Mars... 31 Avril... 7	E »	W B	—0.075 105	28 14.722 619	—16 43 5.10 2.69
18	8.5	1880 Avril... 19 Mai.... 1	O »	S »	—0.053 053	28 29 929 888	—16 0 59.01 59.30
19	8.3	1880 Mai.... 18 30 1881 Mars... 27	O » E	B » W	—0.092 074 065	30 6.151 259 154	—16 54 46.86 47.21 47.54
20	9.0	1880 Mai.... 1 1881 Mars... 31	O E	S W	—0.060 060	32 0.296 190	—10 36 23.74 24.21
21	8.0	1880 Avril... 19 Mai.... 11	O »	S »	—0.045 045	32 55.563 546	—16 22 25.96 26.86
22	10.5	1884 Juin.... 19	O	B	—0.114	32 59.658	—15 45 9.51
23	8.8	1880 Mai.... 30 1881 Mars... 27 Avril... 7	O E »	B W B	—0.083 072 083	34 13.417 420 484	—15 7 15.26 15.06 14.61
24	10.5	1884 Juin.... 25 27	O »	B »	—0.114 114	39 30.181 140	—12 37 48.76 49.19
25	8.5	1880 Avril... 19 Mai.... 11	O »	S »	—0.053 053	40 2.835 802	—13 7 8.43 9.96

¹ Observation incertaine. Poids 1/2.

N°	Grandeur.	Jour d'observation.	Position de l'instrument	Observateur.	Correction relative à l'ordre de grandeur.	ASCENSION DROITE 1880.0	DÉCLINAISON 1880.0	
II. Étoiles pour l'apparition de 1879.								
1	8.8	1880 Mai....	12 17	O ,	B ,	—0.083 083	^h 16 ^m 28 ^s 33.491 510	—25 7 50.98 50.80
2	11.0	1883 Juin...	6	O	B	—0.123	29 19.968	—25 4 59.22
		1883 Juin...	29	E	W	090	20.025	60.77
		1884 Juin....	23	O	B	123	19.962	60.10
		27	, ,	123	810	58.32		
3	10.0	1881 Avril...	3	E	B	—0.105	29 50.603	—22 45 19.99
		6	,	S	075	576	21.29	
4	9.0	1881 Juin. . .	19	E	W	—0.060	30 56.223	—22 11 52.60
		26	, ,	060	285	54.45		
		1883 Juin....	3	O	,	060	207	52.75
5	9.2	1883 Juin....	22	O	W	—0.063	30 59.683	—23 1 4.93
6	8.0	1881 Avril...	4	E	W	—0.060	31 8.035	—22 38 54.42
		7	,	B	069	071	53.25	
7	9.8	1882 Juillet...	2	O	B	—0.101	33 10.102	—23 24 44.00
		1883 Mai....	16	,	W	072	136	44.46
		Juin...	4	,	B	101	097	42.79
8	7.5	1880 Mai....	12	O	B	—0.078	33 30.033	—20 10 23.42
		1881 Avril...	8	E	W	038	124	23.24
		Juin....	19	, ,	038	175	23.36	
		26	, ,	053	127	22.53		
9	9.0	1881 Avril...	3	E	B	—0.087	33 50.819	—21 26 3.49
		6	,	S	060	813	2.64	
10	8.3	1880 Mar....	1	O	S	—0.050	35 54.252	—21 6 43.22
		13	, ,	050	211	42.08		
11	10.5	1884 Mar....	21	O	B	—0.114	36 29.876	—20 24 60.01
		Juin...	19	, ,	114	871	58.64	
12	8.3	1880 Mar....	18	O	B	—0.092	36 32.221	—20 28 4.31
		1881 Mars....	31	E	W	065	262	4.48
13	8.5	1880 Mar....	18	O	B	—0.078	41 6.425	—20 43 45.37
		30	, ,	078	426	46.17		
		1881 Avril...	3	E	,	078	298	46.53

N°	Grandeur.	Jour d'observation.	Position de l'instrument	Observateur.	Correction relative à l'ordre de grandeur.	ASCENSION DROITE 1880.0	DÉCLINAISON 1880.0
14	8.0	1880 Mai.... 12 1881 Mars... 31	O E	B W	^s —0.087 060	^h ^m ^s 16 41 31.534 560	—19 3 40.66 42.57
15	8.0	1881 Avril... 4 7	E »	W B	—0.060 087	42 29.814 825	—18 42 52.49 53.26
16	10.5	1881 Avril... 6 8 Mai.... 22	E » »	S W »	—0.083 083 083	42 36.228 343 466	—18 30 11.34 11.50 9.13
17	8.0	1880 Mai.... 11 13	O »	S »	—0.045 045	44 26.029 25.967	—17 43 54.63 54.93
18	10.5	1884 Juin.... 25	O	B	—0.114	45 24.815	—17 34 43.77
19	7.5	1880 Mai.... 12 18 1881 Avril... 3 Mai.... 23	O » E »	B » » »	—0.078 078 078 078	46 58.828 818 820 871	—17 46 33.87 32.83 33.71 33.71
20	9.5	1881 Avril... 6 7	E »	S B	—0.068 096	47 11.493 245	—16 12 32.41 33.04
21	9.5	1881 Mai.... 29 1882 Juillet... 2 1884 Mai.... 21	E O »	B » »	—0.096 096 096	47 15.080 056 055	—17 29 28.08 27.65 28.29
22	9.8	1881 Avril... 4 8 Mai.... 22	E » »	W » »	—0.072 072 072	48 36.814 722 828	—16 55 17.03 15.38 15.03
23	9.5	1884 Juin.... 19 25	O »	B »	—0.096 096	48 51.822 892	—13 37 43.20 44.02
24	6.5	1880 Avril... 19 Mai.... 1	O »	S »	—0.038 038	49 6.311 200	—16 36 49.00 48.98
25	10.0	1880 Mai.... 18 30 1881 Mars... 31	O » E	B » W	—0.105 105 075	50 49.702 702 958	—13 31 34.57 36.51 37.01
26	7.0	1880 Mai.... 12 13	O »	B S	—0.069 045	51 21.540 530	—14 11 6.46 5.36
27	8.0	1880 Avril... 19 Mai.... 1	O »	S »	—0.045 045	52 30.318 131	—15 52 46.52 45.82

POSITIONS DES ÉTOILES DE COMPARAISON

Source.	Epoque.	Position réduite à l'équinoxe moy. 1880.0 et ramené au syst. de Leyde.						Position réduite à 1880.0 par le mouvement propre conclu.		
III ★ 44 1879										
			^h	^m	^s	[°]	[']	["]	["]	["]
Lalande 30528	1799	16	41	32.48	--19	3	16.8	31.59	44.3	
Arg. Oeltzen 15974	1850			31.78			29.3	31.45	39.5	
Leyde 44	1881			31.54			41.9	31.55	41.6	
Mouvement propre conclu : — 0'.041 — 0".34										

Mouvement propre conclu : — 0".041 — 0".34

Les deux premiers mouvements sont encore plus ou moins douteux.

§ 2. Positions déduites de l'ensemble des catalogues et des observations méridiennes.

Lorsque je m'étais occupé pour la première fois des deux apparitions de la comète en 1873 et en 1879, j'avais extrait les positions des étoiles de comparaison de tous les catalogues que je pouvais consulter. Plus tard, lorsque j'ai eu connaissance des excellentes observations de Leyde, je n'ai pas cru devoir, à cause d'elles, rejeter absolument le travail déjà fait. Je l'ai seulement modifié en partie pour adapter les positions que j'avais obtenues à celles que me communiquait M. v. d. S. Bakhuyzen. Tous les résultats de mon calcul sont résumés dans les tableaux qui suivent et que je ferai précéder de quelques explications.

J'ai effectué la réduction des positions d'étoiles, en ascension droite et en déclinaison, aux équinoxes moyens de 1873.0 et de 1879.0, au moyen des constantes données par Th. v. Oppolzer dans son « Lehrbuch zur Bahnbestimmung etc. » v. I, table XI, p. 629. Les valeurs de ces constantes sont déduites des travaux de Le Verrier. Elles diffèrent un peu de celles des constantes de Struve qui sont généralement employées. Mais, que l'on réduise les positions des étoiles avec l'un ou l'autre de ces systèmes de constantes, le résultat est presque identique. Il n'y a de

Étoiles de comparaison pour l'apparition de 1873.

N°	CATALOGUE	Grandeur.	Nombre d'obs. α δ	Année d'obs. α δ	ASCENSION DROITE 1873.0	Réd. au syst. Leyde.	DÉCLINAISON 1873.0	Réd. au syst. Leyde.	REMARQUES
					h m s	s	° ' "	"	
1	Pi. XVI ^e 17	8	3 5		16 7 21.83	+0.09	-22 3 17.4	-1.9	
	Ll. 29547	7	1	1799.4	21.73	+0.09	18.8	-1.9	
	T. M. 7545	8	2 4		21.82	-0.07	21.7	-0.6	
	A. Oe. 15424.5	7-8	2	1850.4	21.54	+0.05	21.6	-1.7	
	Leyde 1	7.3	2	1884.4	21.50		22.7		ad.
2	A. Oe. 15528.9.0	8-9	3	1850.8	16 12 58.20	+0.05	-21 11 58.9	-1.6	
	Leyde 2	8.7	2	1880.3	58.23		12 0.2		ad.
3	A. Oe. 15541.2	6-7	2	1850.4	16 13 12.30	+0.05	-21 31 58.0	-1.6	
	Y. Wa. 6749	8.0	2 2	1860.5 1856.9	12 16	+0.05	59.3	+0.5	
	Leyde 3	6.8	2	1880.3	12.19		32 0.2		ad.
4	A. Oe. 15553	9	1	1849.4	16 13 49.35	+0.05	-21 48 7.1	-1.6	
	Leyde 4	9.0	3	1881.0	49.34		41.0		ad.
5	A. Oe. 15557.8.9.0	8-9	4	1850.7	16 14 39.55	+0.05	-21 21 0.1	-1.6	
	Berlin 99		1		39.48	+0.04	4.4	+0.7	
	Leyde 5	8.6	2	1881.3	39.49		1.9		ad.
6	A. Oe. 15565.6.7	7-8	3	1850.7	16 15 16.57	+0.05	-22 48 56.0	-1.7	
	Y. Wa. 6763	7.6	4 3	1864.5 1868.2	16.48	-0.06	57.9	+0.4	
	Leyde 6	7.7	2	1884.4	16.45		59.8		ad.
7	A. Oe. 15573.4	9	2	1850.4	16 15 41.42	+0.05	-20 58 57.1	-1.6	
	Leyde 7	9.0	2	1881.3	41.66		58.0		ad.
8	Pi. XVI ^e 64	5	20 47		16 16 40.53	+0.10	-19 44 40.5	-2.0	
	Ll. 29806.7	5	2	1798.4	40.67	+0.10	42.3	-2.0	
	T. M. 7610	5	9 4		40.58	-0.06	44.3	-0.5	
	R. H. 5400	5	2 1	1840	39.99	+0.08	48.2	+0.4	
	12 yr. 1349	5	5	1840	40.32	-0.08	44.7	+0.4	
	R. Arm. 3399	5	6 1		40.47	+0.04	44.8	-0.4	
	12 yr. 1349	5	5	1847	40.44	-0.07	45.6	0.0	
	J. R. C. I 3536	5.5	3 1	1848.5	40.49	+0.02	45.2	+0.5	
	6 yr. 1044	5	2 4	1848.9 1849.3	40.54	-0.07	44.5	-0.1	
	N. C. 728	4.8	40	1850.0	40.46	-0.02	45.1	+0.3	m. p. -0 ^s .0016 -0 ^s .075.
	A. Oe. 15590.1.2	6	3	1850.4	40.46	+0.05	43.0	-1.5	
	Cap C. I 3015	5	3 1	1851.5 1850.4	40.42	+0.08	46.0	-0.6	
	Cap C. II 681	5	3 4	1858.3	40.51	+0.05	45.7	0.0	
	R. C. II 1574	5.5	6 2	1858.7 1858.5	40.44	+0.04	47.1	+0.2	
	Y. Wa. 6779	5.1	15 51	1859.7 1857.9	40.38	+0.05	45.6	+0.5	
	7 yr. 1318	5	3	1859.4	40.40	+0.05	46.4	+0.3	
	N. 7 yr. 1856	5	3	1866.4	40.41	+0.05	46.9	+0.3	
	9 yr. 1477	5	7	1870.0	40.43	+0.02	44.6	-1.4	
	Leyde 8	6.0	2	1880.3	40.44		46.3		
	Pola 615		2	1880.5	40.37		47.9		
					16 16 40.45		-19 44 46.3		ad. : N. 7 yr.(red.) + 9 yr.(red.) + Leyde

N°	CATALOGUE	Grandeur.	Nombre d'obs. α δ	Année d'obs. α δ	ASCENSION DROITE 1873.0	Rél. au syst. Leyde.	DÉCLINAISON 1873.0	Rél. au syst. Leyde.	REMARQUES
9	A. Oe. 45593.5 Y. Wa. 6780 Leyde 9	8 8.2 8.0	2 3 2 2	1851.5 1865.5 1867.5 1884.5	^{h m s} 16 16 50.75 50.64 50.77	+0.05 +0.06	—22 21 23.2 26.1 27.4	—1 7 +0.4 ad.	
10	Pi. XVI ^b 68 Ll. 29840 A. Oe. 45613.4,5 Z. Co. 1267 Y. Wa. 6786 Leyde 10	7—8 7 7—8 7 8.0 7.4	14 12 1 3 4 7.3 2	1799.4 1850.1 1873.5 1875.2 1874.8 1884.4	16 17 47.57 47.40 47.67 47.69 47.41 47.49	+0.09 +0.09 +0.05 +0.06	—23 9 48.9 42.0 50.6 55.3 53.9 54.2	—1.9 —1.9 —1.7 ad.	
11	Athènes micr. Leyde 11	9 9.0	9 4 2	1873.5 1880.8	16 17 56.47 56.67		—20 4 49.0 42.0	reliée à 8. ad.	
12 Z Oph.	Pi. XVI ^b 80 Ll. 29894 T. M. 7633 R. Arm. 3411 12 yr. 1354 N. C. 730 A. Oe. 45646 Cap C. I 3032 7 yr. 1325 N. 7 yr. 1860 Y. Wa. 6795 9 yr. 1484 Leyde 12	5 5 1/2 5 5 6 4.6 6 5 6 6 4.5 6 6.0	7 8 1 8 5 4 2 10 6 28 1 3 4 3 4 5 5 2 2	1798.4 1846 1847 1850.0 1850.4 1852.3 1850.2 1860.1 1864.4 1865.3 1872.1 1869.3 1881.2	16 19 39.53 39.76 40.00 39.81 39.88 39.92 39.97 39.90 39.87 39.85 39.85 40.01 39.91	+0.10 +0.10 —0.06 +0.04 +0.07 —0.02 +0.05 +0.09 +0.05 +0.05 +0.05 +0.02	—18 9 53.2 53.5 56.5 54.9 56.9 56.9 52.2 55.4 57.6 57.7 58.3 54.4 57.4	—2.2 —2.2 —0.4 —0.4 0.0 +0.3 m. p. —0°.0049 —0°.043. —1.5 —0.6 +0.3 +0.3 +0.5 —1.4 ad. : N. 7 yr. (red.) + Y. Wa. (red.) + Leyde 3	
13	Ll. 29947 A. Oe. 45661 Leyde 13	7 7 7.0	1 1 2	1798.4 1850.4 1880.3	16 21 24.73 24.83 25.12	+0.10 +0.05	—17 41 58.3 57.3 42 1.7	—2.2 —1.4 ad.	
14	A. Oe. 45681 Leyde 14	8—9 8.5	1 2	1850.4 1880.3	16 22 18.31 18.46	+0.05	—17 57 24.0 26.1	—1.4 ad.	
15	A. Oe. 45691 Leyde 15	9 9.0	1 3	1850.4 1880.7	16 23 3.67 4.07	+0.05	—18 3 20.0 23.7	—1.5 ad.	
16	Ll. 30030 A. Oe. 45703.4 Berlin 102 Leyde 16	8 8 8.0	1 2 2 2	1798.4 1849.9 1881.3	16 24 18.73 19.01 19.00 19.02	+0.10 +0.05 +0.04	—17 26 8.8 9.7 13.0 11.7	—2.2 —1.4 +0.7 ad.	
17	Berlin 103 Leyde 17	10.0	3 2	1881.3	16 27 50.67 50.59	+0.04	—16 42 9.3 9.1	+0.7 ad.	
18	Ll. 30134 A. Oe. 45736.7 Leyde 18	8 1/2 8—9 8.5	1 2 2	1799.4 1849.9 1880.3	16 28 5.52 5.90 5.94	+0.11 +0.05	—15 59 58.0 0.3 4.5	—2.3 —1.4 ad.	

CATALOGUE	Grandeur.	Nombre d'obs. α δ	Année d'obs. α δ	ASCENSION DROITE 1873.0	Réd. au syst. Leyde.	DÉCLINAISON 1873 0	Réd. au syst. Leyde.	REMARQUES
9 Ll. 30172 A. Oe. 15769,0,1 Leyde 19	8 $\frac{1}{2}$ 8—9 8.3	1 3 3	1799.4 1850.1 1880.7	^h ^m ^s 16 29 41.74 42 04 42.06	^s + 0.11 + 0.05	[°] ['] ["] —16 53 45.7 48.1 53.4	["] —2.3 —1.4	ad.
0 Clinton micr.	11		1873.4	16 29 47.34		—16 26 57.4		reliée à 22, ad.
1 9 yr. 1507	10	3	1873.5	16 30 18.24	+ 0.03	—16 7 13.1	—1.3	ad. réd. au syst. de Leyde.
2 Ll. 30197 A. Oe. 15776,7 Berlin 104 9 yr. 1508	8 $\frac{1}{2}$ 8 8 8	1 2 2 2	1799.4 1851.0 1873.4	16 30 19.40 19.67 19.56 19.75	+ 0.11 + 0.05 + 0.04 + 0.03	—16 35 25.2 21.0 27.2 23.4	—2.3 —1.4 + 0.7 —1.3	ad. : $\frac{\text{Berlin} + 9 \text{ yr.}}{2}$ réd. au syst. de Leyde.
3 B. W. XVI ^b 579 Si. I 1853 Leyde 20	9 9 9.0	1 2 2	1880.8	16 31 37.22 37.18 37.12	—0.03 + 0.05	—10 35 24.8 31.8 31.3	+ 1.0 —0.3	ad.
4 Ll. 30264 A. Oe. 15817,8,9,0 Leyde 21	8 $\frac{1}{2}$ 8 8.0	1 4 2	1799.4 1850.2 1880.3	16 32 31.52 31.44 31.51	+ 0.11 + 0.05	—16 21 31.8 29.8 34.2	—2.3 —1.4	ad.
5 9 yr. 1511 Leyde 22	11 10.5	3 4 1	1873.5 1884.5	16 32 35.81 35.71	+ 0.03	—15 44 16.0 17.4	—1.3	ad. : $\frac{\text{Leyde} + 9 \text{ yr. red.}}{2}$
6 B. W. XVI ^b 624 La. II 334 A. Oe. 15838 Si. II 1502 Leyde 23	9 8—9 8—9 8—9 8.8	2 3 1 3 3	1846.5 1849.5 1881.0	16 33 49.42 49.34 49.56 49.47 49.59	—0.03 —0.06 + 0.05 + 0.12	—15 6 23.6 20.6 13.5 20.4 23.6	+ 1.3 —0.1 —1.4 0.0	erreur probable en δ . ad.
7 Poulkova micr.	11		1873.3	16 37 30.46		—12 36 0.5		reliée à 29, ad.
8 Berlin 105		2		16 38 7.02	+ 0.04	—12 52 2.9	+ 0.7	ad. réd. au syst. de Leyde, α corrigée de $\pm 1^m$ d'après indication de M. Tietjen, et de M. Knorre (Publ. XVIII, p. 50).
9 Leyde 24	10.5	2	1884.5	16 39 6.70		—12 37 0.6		ad.
0 Ll. 30488 B. W. XVI ^b 738 La. I 2019 Si. II 1507 Leyde 25	8 8—9 9—10 8—9 8.5	1 2 1 4 2	1798.4 1847.5 1880.3	16 39 39.36 39.61 39.50 39.13 39.27	+ 0.11 —0.03 —0.06 + 0.12	—13 6 20.8 18.9 23.0 19.2 21.1	—2.5 + 1.2 —0.2 0.0	ad.

Étoiles de comparaison pour l'apparition de 1879.

N°	CATALOGUE	Grav. dur.	Nombre d'obs. α δ	Année d'obs. α δ	ASCENSION DROITE 1879.0	Rél. au système Leyde.	DÉCLINAISON 1879.0	Rél. au système Leyde.	REMARQUES
1	Arcetri micr.	13	4	1879.5	16 28 9.74		-23 12 38.9		reliée à 2, ad.
2	A. Oc. 15754,5 Z. Co. 1949 Leyde 1	8-9 8 1/2 8.8	2 2 2	1850.4 1873.5 1880.1	16 28 30.02 30.15 29.85	+0.05	-25 7 40.4 41.6 43.1	-1.9	ad.
3	Z. Co. 2016 Leyde 2	10 11.0	1 4	1873.5 1884.0	16 29 16.01 16.29		-25 4 50.9 51.9		ad.
4	Arcetri micr.	14	4	1879.5	16 29 22.00		-22 36 54.0		reliée à 8, ad.
5	Cordoba Leyde 3	10 10.0	4 2	1870.5 1881.3	16 29 46.95 47.00		-22 45 12.3 12.9		ad.
6	A. Oc. 15779,0 Leyde 4	9 9.0	2 3	1851.4 1882.2	16 30 52.41 52.00	+0.05	-22 11 41.3 45.7	-1.7	ad.
7	A. Oc. 15784 Z. Co. 2138 Cordoba Leyde 5	9 9 1/2 9 1/4 9.2	1 1 5 1	1851.4 1873.5 1879.5 1883.5	16 30 55.91 56.10 56.14 56.00	+0.05	-23 0 56.1 56.4 54.2 57.3	-1.7	ad.
8	Ll. 30207 A. Oc. 15783,4,5 Y. Wa. 6863 B. B. II XVI ^b 41 Cordoba Leyde 6	8 7-8 7.8 7.5 8 1/4 8.0	1 3 6 5 1 4 2	1799.4 1850.8 1862.8 1859.2 1863.4 1879.5 1881.3	16 31 4.74 4.52 4.43 4.41 4.36 4.47	+0.09 +0.05 +0.06 0.00	-22 38 38.0 40.9 44.5 44.0 44.4 46.3	-1.9 -1.7 +0.4 -0.2	m. p. d'après M. v. d. S. R. -0°.006 -0°.08. ad.
9	Cordoba	10 1/2	3	1879.5	16 31 6.28		-23 7 38.8		ad.
10	Cordoba Leyde 7	9 3/4 9.8	4 3	1879.5 1883.1	16 33 6.44 6.52		-23 24 36.4 36.3		ad.
11	Pi. XVI ^b 137 Ll. 30276 T. M. 7714 A. Oc. 15822,3 Y. Wa. 6869 Leyde 8	7-8 6 7 7-8 6.0 7.5	8 9 1 2 3 2 2 3 4	1798.4 1850.0 1876.5 1871.2 1881.2	16 33 26.52 26.54 26.36 26.69 26.54 26.59	0.10 0.10 0.07 0.05 0.05	-20 10 15.6 16.1 11.6 13.9 15.8 15.7	-2.0 -2.0 -0.5 -1.6 +0.5	δ corrigée de -1'. ad.
12	Arcetri micr. Leyde 9	9 9.0	2 2	1879.5 1881.3	16 33 46.90 47.26		-21 25 57.8 55.7		reliée à 15. ad.
13	Arcetri micr.	12	4	1879.5	16 35 28.47		-20 43 16.8		reliée à 18, ad.

CATALOGUE	Grandeur.	Nombre d'obs. α δ	Année d'obs. α δ	ASCENSION DROITE 1879.0	Réd. au syst. Leyde.	DÉCLINAISON 1879.0	Réd. au syst. Leyde.	REMARQUES
1 A. Oe. 15868,9 Y. Wa. 6894 Leyde 10 Pola 622	8—9 8.5 8.3 9	2 3 2 2 2	1850.5 1865.5 1869.5 1880.4 1880.5	16 35 50.80 50.75 50.68 50.74	+0.05 +0.05 	—21 6 33.1 35.3 35.5 37.9	—1.6 +0.5 	ad.
5 A. Oe. 15870 Pola 623	9 9	1 1	1851.5 1880.5	16 35 54.43 54.76	+0.05 	—21 27 21.6 26.7	—1.6 	ad. réd. au syst. de Leyde. δ corrigée de —1' d'après M. Palisa (Publ. XVIII p. 50).
3 Leyde 11	10.5	2	1884.4	16 36 26.34		—20 24 52.2		ad.
7 Ll. 30381 A. Oe. 15881,2 Y. Wa. 6902 Leyde 12	7 1/2 8—9 7.6 8.3	1 2 4 3 2	1798.4 1819.4 1864.5 1880.8	16 36 29.00 28.75 28.73 28.70	+0.10 +0.05 +0.05 	—20 27 55.5 52.1 56.4 57.3	—2.0 —1.6 +0.5 	δ corrigée de + 5'. ad.
3 Ll. 30515 A. Oe. 15967,8 Leyde 13	9 8—9 8.5	1 2 3	1798.4 1850.0 1880.7	16 41 3.11 2.78 2.84	+0.10 +0.05 	—20 43 28.5 33.5 39.2	—2.0 —1.6 	m. p. d'après M. v. d. S. B. —0".005 —0".11. ad.
9 Ll. 30528 A. Oe. 15974 Leyde 14	8 8 8.0	1 1 2	1798.4 1850.4 1880.8	16 41 28.75 28.18 28.04	+0.10 +0.05 	—19 3 7.7 21.0 34.9	—2.1 —1.5 	m. p. d'après M. v. d. S. B. —0".010 —0".34.
				16 41 28.06		—19 3 34.3		ad. en tenant compte du m. p.
0 Ll. 30555 A. Oe. 15994 Leyde 15	8 8 8.0	1 1 2	1798.4 1850.4 1881.3	16 42 25.92 26.12 26.32	+0.10 +0.05 	—18 42 46.9 42.1 46.2	—2.1 —1.5 	ad.
1 Leipzig micr. Leyde 16	10.5	3	1879.4 1881.3	16 42 32.51 32.85		—18 30 5.1 4.0		reliée à A. Oe. 15994 (20). ad.
2 Arcetri micr.	11	7	1879.4	14 42 40.31		—18 37 27.2		reliée à 20, ad.
3 Ll. 30617 A. Oe. 16034 Leyde 17	8 1/2 8 8.0	1 1 2	1798.4 1850.4 1880.3	16 44 22.16 22.27 22.52	+0.10 +0.05 	—17 43 46.6 42.2 48.3	—2.2 —1.4 	ad.
4 Rio de Janeiro micr. Leyde 18	10.5	1	1879.4 1884.5	16 45 17.66 21.34		—17 35 23.3 34 37.4		reliée à 23, erreur en α et en δ . ad.
5 Ll. 30681 A. Oe. 16080 Leyde 19	8 7—8 7.5	1 1 4	1798.4 1850.4 1880.9	16 46 55.10 55.13 55.36	+0.10 +0.05 	—17 46 20.0 26.3 27.2	—2.2 —1.4 	ad.
6 A. Oe. 16084 Leyde 20	9—10 9.5	1 2	1849.5 1881.3	16 47 7.55 7.78	+0.05 	—16 12 25.5 26.5	—1.4 	ad.

N°	CATALOGUE	Grandeur.	Nombre d'obs. α δ	Année d'obs. α δ	ASCENSION DROITE 1879.0	Réd. au syst. Leyde.	DÉCLINAISON 1879.0	Réd. au syst. Leyde.	REMARQUES
27	Leipzig micr. Leyde 21	9.5	3	1879.4 1882.8	^h 16 ^m 47 ^s 11.43 11.59		—17 29 21.9 21.7		reliée à A. Oe. 16080 (25). ad.
28	Leipzig micr. Leyde 22	9.8	3	1879.4 1881.3	16 48 32.88 33.33		—16 55 5.3 9.7		rel. à A. Oe. 16123 — 2 Y. Wa. 7008 3 (30) ad.
29	Leyde 23	9.5	2	1884.5	16 48 48.48		—13 37 37.5		ad.
30	Pi. XVI ^h 232 LI. 30750 T. M. 7842 R. II. 5585 Cap C. I 3163 A. Oe. 16123 N. 7 yr. 1909 Y. Wa. 7008 Leyde 24	6 6 1/2 6 6 6 6—7 6 6.6 6.5	10 11 1 3 3 1 1 2 1 1 7 3 2 2	 1799.4 1843 1851.6 1850.6 1851.5 1864.8 1862.8 1867.5 1880.3	16 49 2.28 2.62 2.72 2.37 2.61 2.75 2.68 2.68 2.81	+0.11 +0.11 —0.06 +0.08 +0.10 +0.05 +0.05 +0.04	—16 36 46.1 43.5 43.1 40.5 45.7 39.3 42.9 43.8 42.9	—2.3 —2.3 —0.5 +0.8 —0.6 —1.4 +0.2 +0.4	 ad.
31	Arcetri micr. Leyde 25	10 10.0	 3	1879.3 1880.7	16 50 46.70 46.41		—13 31 35.2 30.1		reliée à 34. ad.
32	LI. 30816 B. W. XVI ^h 939 La. I 2034 Si. II 1517 Leyde 26.	7 1/2 7 7—8 7—8 7.0	1 1 5 2 2	1798.4 1850.3 1880.4	16 51 18.34 18.11 18.23 18.00 18.14	+0.11 —0.03 —0.06 +0.12	—14 10 51.8 11 1.0 10 59.9 55.8 11 0.0	—2.5 +1.2 —0.2 0.0	 ad.
33	LI. 30849 T. M. 7865 R. II. 5608 A. Oe. 16181 La. II 354 Leyde 27	8 7 8—9 8 7 8.0	1 5 1 1 1 1 1 2	1799.4 1839 1849.5 1863.5 1880.3	16 52 26.45 27.21 25.50 26.66 26.90 26.79	+0.11 —0.06 +0.08 +0.05 —0.06	—15 52 37.7 40.8 38.4 35.9 38.2 40.4	—2.3 —0.5 +0.8 —1.4 —0.1	 ad.
34	Pi. XVI ^h 260 LI. 30903.4 T. M. 7879 La. I 2041 Cap C. I 3180 R. C. II 1616 B. B. I XVI ^h	8 7 7 8 7 6.8 6.8	8 8 2 5 5 1 1 1 2 4 1	 1798.4 1847.5 1851.7 1850.2 1859.0 1857.7 1866.5	16 54 21.85 21.73 21.29 21.75 21.85 21.66 21.76	+0.11 +0.11 —0.05 —0.06 +0.11 +0.04 0.00	—13 22 3.6 2.8 18.5 21.1 22.6 26.6 27.6	—2.5 —2.5 —0.5 —0.2 —0.6 +0.5 —0.2	m. p. probable en δ , —0".32. ad. : R. C. II + B. B. I 2 réél. au syst. de Leyde en tenant compte du m. p en δ .

IV. DEUXIÈME APPARITION, 1873

§ 1. Éphéméride.

Les éléments qui ont servi de base à ce calcul sont ceux de la p. 34, déduits de la première discussion de cette apparition et corrigés d'après le calcul des perturbations de la période subséquente. Je les reproduis ici en ajoutant les valeurs de $\pi' \Omega' i'$, éléments correspondants à $\pi \Omega i$, mais rapportés au plan de l'équateur.

$$\begin{aligned}
 M_0 \text{ 1873 avril 15} &= -4^\circ 8' 13''.144 \\
 T &= \text{1873 mai 10.11593} \\
 \mu &= 592''.976024 \\
 \log a &= 0.5179796 \\
 \varphi &= 27^\circ 32' 58''.02 \\
 \left. \begin{aligned}
 \pi &= 238 \quad 11 \quad 36 \quad .91 \\
 \Omega &= 78 \quad 43 \quad 46 \quad .49 \\
 i &= 9 \quad 46 \quad 26 \quad .55 \\
 \pi' &= 240 \quad 11 \quad 42 \quad .21 \\
 \Omega' &= 21 \quad 29 \quad 47 \quad .09 \\
 i' &= 27 \quad 1 \quad 47 \quad .58
 \end{aligned} \right\} \text{Équinoxe moy. 1873.0}
 \end{aligned}$$

On en déduit pour les coordonnées rectangulaires héliocentriques de la comète les valeurs suivantes, où les facteurs entre crochets sont donnés par leurs logarithmes :

$$\begin{aligned}
 x &= r [9.9938964] \sin (v + 328^\circ 4' 54''.54) \\
 y &= r [9.9572523] \sin (v + 242 \quad 32 \quad 55 \quad .86) \\
 z &= r [9.6573672] \sin (v + 218 \quad 41 \quad 55 \quad .12)
 \end{aligned}$$

J'ai calculé l'éphéméride avec le plus grand soin au moyen de tables

5.5	27 35.14	47 0.1	8.397724
6.5	28 43.36	51 20.2	94131
7.5	29 29.71	55 44.2	90559
11.5	32 16.03	— 11 14 4.2	76521
15.5	34 30.69	33 46.9	62958
19.5	36 12.25	55 7.0	49981
23.5	37 19.59	— 12 18 18.7	37727
24.5	37 31.02	24 25.6	34794
25.5	37 40.28	30 40.5	31919
26.5	37 47.38	37 3.6	29104
27.5	37 52.35	43 35.0	26351

DEUXIÈME APPARITION, 1873.

57

T. m. de Berlin. 1873	α 1873.0 h m s	δ 1873.0 ° ' "	log Δ
Avril 28.5	16 37 55.20	— 12 50 15.0	9.923663
29.5	37 55.95	57 3.7	21043
30.5	37 54.62	— 13 4 1.1	18493
Mai 1.5	37 51.24	11 7.4	16015
2.5	37 45.84	18 22.7	13612
3.5	37 38.45	25 47.0	11286
4.5	37 29.12	33 20.2	09040
5.5	37 17.87	41 2.5	06875
9.5	36 14.59	— 14 13 21.1	9.899082
13.5	34 44.49	47 58.1	92772
14.5	34 18.19	56 57.8	91442
15.5	33 50.51	— 15 6 5.4	90214
16.5	33 21.52	15 20.4	89091
17.5	32 51.29	24 42.8	88074
18.5	32 19.89	34 12.2	87166
19.5	31 47.41	43 48.3	86367
20.5	31 13.95	53 30.9	85680
21.5	30 39.58	— 16 3 19.7	85105
22.5	30 4.40	13 14.5	84645
23.5	29 28.52	23 14.8	84299
24.5	28 52.03	33 20.5	84069
25.5	28 15.05	43 31.0	83956
26.5	27 37.68	53 46.3	83960
27.5	27 0.03	— 17 4 5.8	84082
28.5	26 22.21	14 29.3	84321
29.5	25 44.33	24 56.3	84677
30.5	25 6.50	35 26.6	85150
31.5	24 28.82	45 59.7	85739
Juin 1.5	23 51.41	56 35.3	86444
2.5	23 14.35	— 18 7 13.0	87264
3.5	22 37.77	17 52.4	88198
4.5	22 1.74	28 33.1	89244
5.5	21 26.37	39 14.8	90401
6.5	20 51.76	49 57.2	91668
7.5	20 17.99	— 19 0 39.7	93043
8.5	19 45.15	11 22.2	94525
9.5	19 13.31	22 4.3	96111
10.5	18 42.57	32 45.5	97800
11.5	18 12.99	43 25.6	99590

§ 2. Observations.

Les observations de la comète en 1873 sont classées dans les tableaux qui suivent d'après les observatoires où elles ont été faites. Pour chaque série j'indique la source à laquelle j'ai puisé. Dans nombre de cas j'ai dû recourir aux bons offices des observateurs pour compléter des données insuffisamment publiées. Pour ces séries je mentionne les données employées pour le calcul de réduction : la date de l'observation en temps moyen local, et les différences en ascension droite et en déclinaison entendues dans le sens comète—étoile (☛—★).

tome V, p. 17. — Je dois les documents dont je me suis servi à l'obligeance de M. A. Wagner, vice-directeur de l'observatoire de Poulkowa.

Observateur : M. O. de Struve.

Instrument : Réfracteur de 14 pouces ; micromètre à fils avec cercle de position.

Longitude : — 1^h 7^m 43^s.7, est de Berlin.

1873	T. m.		☾ — ★		Nomb. des comp.	★ de comp.	T. m. de Berlin.	α		Δα cos δ	δ		Δδ
	de Poulkowa.		en α	en δ				1873.0			1873.0		
Avril	26	^h 12 ^m 13 ^s 45	^m 14.68	— 0 53.0	5	27	Avril 26.45762	^h 16 ^m 37 ^s 46.10	^s —1.00		[°] —12 ['] 36 ["] 48.0	— 0.8	
	28	12 32 39	—0 13.01	+ 1 48.1	6	28	28.47080	37 55.07	—0.08		—12 50 8.3	— 5.1	

III. Observations de Hambourg.

Source : A. N. v. 86, p. 87.

Observateurs : M. le Dr Pechüle (P), M. G. Rümker, directeur de l'observatoire de Hambourg (R).

Instrument : Réfracteur de 9 1/2, pouces ; micromètre à fils.

Longitude : + 13^m 41^s.4, ouest de Berlin.

T. m. de Berlin. 1873	Nombre des comp. α δ	★ de comp.	Obser- vateur.	α 1873.0	$\Delta\alpha \cos \delta$	δ 1873.0	$\Delta\delta$
Mai 16.50715 28.53196	21 5 10 4	26 16	P R	^h ^m ^s 16 33 21.39 26 20.83	^s +0.08 -0.16	[°] ['] ["] -15 15 24.5 -17 14 52.0	["] - 0.4 - 2.7
Juin 2.53771	11 4	12	R	23 12.67	-0.28	-18 7 34.7	+ 2.4

Remarques des observateurs.



Mai 16. — Comète faible avec condensation appréciable.

» 28. — Comète très faible, petite et présentant une légère condensation au centre. Une étoile de 12^m grandeur qui précédait la comète de 0^s.5 en α et à 50" au nord a beaucoup gêné l'observation.

Juin 2. — La lune est près de se coucher, le crépuscule est brillant, la comète très faible.

IV. Observations de Greenwich.

Sources : Greenwich Observations 1873, p. 72. — Je dois à l'obligeance de M. Christie, astronome royal, les valeurs corrigées ci-dessous pour les temps d'observation. — Les observations sont aussi consignées partiellement : M. N. XXXIII, p. 500.
Observateurs : M. W. Christie (W. C.), M. H. Carpenter (H. C.).
Instrument : Grand équatorial du S.-E. de 12 1/4, pouces anglais; micromètre à fils.
Longitude : + 53^m 34^s.9, ouest de Berlin.

1873	T. m. de Greenwich.	 — 		Nomb. des comp. α δ	★ de comp.	OBSER- vateur.	T. m. de Berlin.	α		Δα cos δ	δ		Δ δ
		en α	en δ					1873.0	1873.0				
Mai 19	^h ^m ^s 13 7 27	^m ^s	[′] [″] — 0 42.3	3	25	W. C.	Mai 19.57961	^h ^m ^s	^s	[°] [′] [″] —15 44 52.5	[″] —18.0	
19	13 30 16	— 0 51.8	6	25	»	19.59545	16 31 45.45	+1.15	
22	11 17 56	— 6 4.1	3	21	H. C.	22.50358	—16 43 11.4	+ 5.2	
22	12 51 21	— 0 17.6	7	21	W. C.	22.56845	30 2.11	+0.14	
22	13 0 0	— 6 26.0	1	21	»	22.57446	—16 43 33.1	+25.9	
22	13 8 58	+19 52.3	1	22	»	22.58068	—16 45 26.0	—83.3	
22	13 16 54	— 0 20.9	4	22	»	22.58619	30 0.29	—1.00	

Remarques des observateurs.

La comète était légèrement oblongue dans la direction du parallèle et avait 40" de diamètre. Le noyau avait l'apparence d'une étoile diffuse de 12^{me} grandeur. La comète a été examinée avec des oculaires de pouvoirs différents, et avec tous elle était distinctement et constamment visible.

V. Observations de Leipzig.

Source : A. N. v. 82, p. 197.
Observateurs : M. le prof. Bruhns, directeur de l'observatoire de Leipzig, M. le Dr Börgen.
Instrument : Équatorial de 215 mm.; micromètre à fils.
Longitude : + 4^m 0^s.9, ouest de Berlin.

T. m. de Berlin. 1873	Nombre des comp. α δ	★ de comp.	α 1873.0	$\Delta\alpha \cos \delta$	δ 1873.0	$\Delta\delta$
Mai 21.54300	18 6	18	^h 16 ^m 30 ^s 38.22	^s +0.13	[°] —16 ['] 3 ["] 59.8	["] —14.6
30.48973	21 7	16	25 6.44	—0.43	—17 35 15.5	+ 4.6
31.48386	15 5	13	24 29.00	—0.41	—17 46 0.9	—11.4
Juin 2.51743	12 6	15	23 14.44	+0.69	—18 7 20.9	+ 3.2

VI. Observations de Clinton.

Source (incomplète) : A. N. v. 82, p. 43. — Je dois les valeurs que j'ai utilisées à l'obligeance de M. le prof. C.-H.-F. Peters, directeur du Litchfield Observatory of Hamilton College, Clinton.

Observateur : M. le prof. C.-H.-F. Peters.

Instrument : Réfracteur de 13 1/2, pouces anglais; micromètre circulaire et micro-mètre à fils.

Longitude : + 5^h 55^m 12^s.4, ouest de Berlin.

1873	T. m. de Clinton.	☾ — ★ en α en δ	Nomb. des comp. α δ	★ de comp.	T. m. de Berlin.	α 1873.0	$\Delta\alpha \cos \delta$	δ 1873.0	$\Delta\delta$
Mai 23	^h 13 ^m 25 ^s 34	^m —1 3.34 ["] + 9 2.3	16	22	Mai 23.80167	^h 16 ^m 29 ^s 17.91	^s +0.33	[°] —16 26 16.7	["] + 0.3
23	13 25 52	—0 30.99 + 0 34.1	32	20	23.80188	29 17.91	+0.33	—16 26 16.7	+ 0.4
30	14 43 18	+3 25.93 + 2 45.7	12	6	30.85564	24 52.86	—0.21	—17 39 10.0	+ 1.4

Remarques de l'observateur.

Mai 23. — Observé avec le micromètre circulaire. La différence entre les déclinaisons de la première étoile (22) et de la comète a empêché de faire des comparaisons des deux côtés du centre du micromètre. La comparaison avec la deuxième étoile (20) est basée sur un nombre égal de passages des deux astres des deux côtés du centre.

Atmosphère remarquablement pure; la comète présente au milieu une fine concentration lumineuse qui permet d'observer très exactement les disparitions derrière le cercle du micromètre.

Mai 30. — Observé avec le micromètre à fils.

B. Observations de MM. André et Baillaud avec l'équatorial de Secrétan-Eichens de 34 cm. ; micromètre à fils.

Sources : Annales de l'Observatoire de Paris¹, Observations 1873, E p. 1. — Les

¹ A la suite des trois observations de MM. André et Baillaud il se trouve dans le v. des Annales de l'Observatoire de Paris une 4^{me} observation du 1^{er} août qui ne se rapporte pas à cette comète-ci, mais à la 2^{me} comète périodique de Tempel, b 1873, découverte le 3 juillet à Milan par M. Tempel. Cette confusion fait que la 1^{re} comète périodique de Tempel est indiquée comme ayant été observée

deux premières observations sont aussi publiées, un peu différentes, dans le B. O. P., le B. H. et les C. R., aux mêmes endroits que les précédentes.

T. m. de Berlin. 1873	Nombre des comp. α δ	★ de comp.	α 1873.0	$\Delta\alpha \cos \delta$	δ 1873.0	$\Delta\delta$
Mai 28.55632	6 4	16	^h 16 ^m 26 ^s 19.81	^s —0.26	[°] —17 ['] 15 ["] 4.5	["] 0.0
29.51370	7 4	16	25 43.61	—0.19	—17 24 56.4	+ 8.5
30.50483	4 2	16	25 6.23	—0.09	—17 36 8.0	—38.3

Remarque de M. Wolf. B. O. P., C. R., l. c.

La comète paraît comme une nébulosité ronde, assez visible, avec une apparence de concentration augmentant progressivement des bords au centre, et d'un diamètre de 1' à 1' 1/2.

IX. Observation de Washington.

Sources : A. N. v. 84, p. 18. — Washington Observations 1873, p. 161.

Observateur : M. le prof. A. Hall.

Instrument : Équatorial de 9 1/2 pouces anglais; micromètre à fils.

Longitude : + 6^h 1^m 47^s.0, ouest de Berlin.

T. m. de Berlin. 1873	Nombre des comp. α δ	★ de comp.	α 1873.0	$\Delta\alpha \cos \delta$	δ 1873.0	$\Delta\delta$
Mai 31.72648	15 5	14	^h 16 ^m 24 ^s 20.87	^s +0.52	[°] —17 ['] 48 ["] 15.3	+ 8.1

X. Observations d'Athènes.

Source : A. N. v. 82, p. 89. — Je dois une partie des documents que j'ai employés à M. le Dr J.-F.-J. Schmidt, directeur de l'observatoire d'Athènes.

en 1873, du 3 avril au 1^{er} août, dans un compte rendu des apparitions de comètes en 1873 par C. Bruhns, Vjst. v. X, p. 17, dans l'Annuaire du Bureau des Longitudes pour l'année 1885, p. 208, et dans un article de M. J.-G. Galle, A. N. v. 112. p. 19. En réalité la comète a été observée pour la dernière fois en 1873, le 1^{er} juillet à Marseille, par M. Stephan.

Observateur : M. le Dr J. Schmidt.
Instrument : Réfracteur de 7 1/2, pouces ; micromètre circulaire.
Longitude : — 41^m 20^s.8, est de Berlin.

1873	T. m.			★ — ★		Nomb. des comp.	★ de comp.	T. m. de Berlin.	α			δ		
	d'Athènes.			en α	en δ				1873.0	Δα cos δ		1873.0	Δδ	
Juin 12	^h 9	^m 6	^s 30	—0 8.48	+ 8 57.5	4	11	Juin 12.34620	^h 16	^m 17	^s 49.29	+0.34	—19 52 8.7	+17.5
	12	9	12 15	—0 8.35	7	11	12.35020	17	49.43	+0.58
	12	9	17 35	+1 7.93	3	8	12.35390	17	49.50	+0.74
	13	9	0 40	—0 35.61	— 1 56.7	6	11	13.34213	17	22.15	+0.34	—20 3 2.9	— 2.0
	14	9	7 1	—1 0.81	—12 33.6	6	11	14.34652	16	56.97	+1.09	—20 13 39.7	— 0.8
	17	9	6 7	+0 4.82	+14 5.8	8	7	17.34582	15	47.61	+0.51	—20 44 46.5	+23.4
	18	9	27 40	—0 15.86	+ 3 14.3	8	7	18.36077	15	26.98	—0.05	—20 55 37.9	+ 6.1
	19	9	18 37	—0 33.00	— 6 55.2	8	7	19.35445	15	9.82	+0.67	—21 5 47.4	+14.5
	20	9	9 39	+0 10.99	+ 4 22.3	4	5	20.34819	14	51.62	—1.19	—21 16 33.9	—17.5
	20	9	23 52	+1 51.91	— 4 53.7	4	2	20.35807	14	51.31	—1.34	—21 16 48.2	—25.7
	21	9	17 45	+1 37.93	—14 50.2	6	2	21.35379	14	37.32	—0.93	—21 26 44.7	— 9.9
	21	9	37 34	+1 25.25	+ 5 19.9	4	3	21.36755	14	38.65	+0.48	—21 26 34.6	+ 8.6
	23 ¹	9	26 21	+0 25.16	+ 0 44.2	8	4	23.35970	14	15.68	+0.75	—21 47 21.2	—23.9

Remarques de l'observateur.

Après de longues recherches infructueuses, la comète a pu être aperçue le 12 juin, mais l'observation était très difficile à cause de son extrême faiblesse. Du reste les observations ont toujours présenté de grandes difficultés et elles ne cadrent pas très bien entre elles. Pour les utiliser avec les observations faites dans d'autres observatoires munis d'instruments plus puissants, il faudra leur attribuer un poids moindre.

En combinant ensemble les observations des 12, 13 et 14 juin obtenues par comparaison avec la même étoile, mais dans des positions relatives différentes, on doit arriver à éliminer les erreurs constantes. De même pour les observations des 17, 18 et 19 juin.

Les observations ont été forcément arrêtées le 23 juin. La comète se trouvait alors au milieu d'étoiles de 13^{me} grandeur, et sa position ne pouvait plus être déterminée avec sûreté. Au reste les mesures faites les 21 et 23 juin sont en quelque sorte hypothétiques.

¹ Les déclinaisons de la comète et de l'étoile de comparaison pour cette observation doivent être corrigées de — 1' (A. N. 82, p. 92 et 94).

Du 12 au 23 juin la comète n'avait guère que $1'$ à $1' \frac{1}{2}$ de diamètre et présentait vers le milieu une très faible condensation.

XI. Observation de Pola.

Source : A. N. v. 82, p. 47.

Observateur : M. J. Palisa.

Instrument : Réfracteur de 17 cm.; micromètre à fils.

Longitude : — $1^m 48^s.3$, est de Berlin.

T. m. de Berlin. 1873	★ de comp.	α 1873.0	$\Delta \alpha \cos \delta$	δ 1873.0	$\Delta \delta$
Juin 18.44130	7	$16^h 15^m 26.14^s$	$+0.58^s$	$-20^\circ 56' 30.4''$	$+3.8''$

Je n'ai pas employé une observation du 2 mai faite par M. Winnecke à Strasbourg et qualifiée par lui d'incertaine quoiqu'il me paraisse indubitable qu'elle se rapporte à la comète de Tempel. Elle est publiée seulement d'une façon sommaire dans les A. N. v. 81, p. 337 et dans la note de v. Asten (Bulletin de l'Académie des sciences de Saint-Petersbourg, tome V, p. 17). Je n'ai pas pu utiliser les observations faites du 16 au 30 mai par M. Hind à l'observatoire de M. Bishop, à Twickenham. Ces observations sont mentionnées : M. N. v. XXXIII, p. 498 et v. XXXIV, p. 168; l'une d'elles a servi à M. Hind pour le calcul de son système d'éléments pour l'apparition de 1873¹, mais les observations elles-mêmes n'ont pas été publiées et il m'a été impossible de me les procurer.

§ 3. Discussion des observations. Formation des lieux normaux.

L'évaluation du poids des observations est toujours un peu arbitraire. Cependant lorsqu'on a plusieurs séries d'observations nombreuses faites chacune par le même observateur, on peut, d'une part, déterminer les

¹ P. 9.

régulière des divergences O—C pour des jours voisins. Je n'ai pas attribué une grande importance au nombre des comparaisons sur lesquelles est basée chaque observation, parce qu'un petit nombre de comparaisons indique souvent un état favorable de l'atmosphère et par suite une observation faite dans de bonnes conditions.

Voici les valeurs que j'ai adoptées pour les poids des différentes séries :

Marseille. Poids 2.0 pour toutes les observations en ascension droite et en déclinaison, sauf pour les quatre dernières déclinaisons auxquelles je ne donne que le poids 1.0, à cause des divergences assez fortes qu'elles présentent entre elles.

Poulkova. L'observation du 26 avril repose sur une position peu certaine de l'étoile de comparaison. J'ai rejeté l'ascension droite et conservé la déclinaison avec le poids 0.5. J'ai donné le poids 1.5 à l'observation du 28 avril en ascension droite et en déclinaison.

Hambourg. Poids 1.5 en ascension droite et en déclinaison.

Greenwich. Observations peu concordantes. Je n'ai conservé que la première observation du 22 mai avec le poids 0.5 en ascension droite et en déclinaison, et rejeté les autres.

Leipzig. Observations peu concordantes. Poids 0.5 en ascension droite, 0.3 en déclinaison.

Clinton. Poids 2.0 en ascension droite et en déclinaison.

Berlin. Poids 1.5 en ascension droite et en déclinaison.

Paris. 1^{re} série : poids 0.3 en ascension droite, 0.5 en déclinaison. 2^{me} série : poids 1.5 en ascension droite, 0.5 en déclinaison, en rejetant la dernière déclinaison.

Washington et Pola, avec chacun seulement une observation : poids 1.0 en ascension droite et en déclinaison.

Athènes. Pour les observations du 12 au 19 juin, poids 0.5 en ascension droite, 0.3 en déclinaison. J'ai rejeté les observations du 20 juin et la déclinaison du 23 juin et j'ai attribué le poids 0.2 en ascension droite et en déclinaison aux observations du 24 juin et à l'ascension droite du 23 juin.

J'ai reproduit dans le tableau suivant tous les écarts $\Delta\alpha \cos \delta$ et $\Delta\delta$, rangés par ordre chronologique en indiquant les poids. Les écarts dont je n'ai pas tenu compte sont mis entre parenthèses; des traits horizontaux séparent les groupes qui ont servi à constituer les différents lieux normaux.

N°	T. m. de Berlin. 1873	Observatoire.	$\Delta \alpha \cos \delta$	Poids.	$\Delta \delta$	Poids.
1	Avril 3.660	Marseille.	— 0.09	2.0	+ 2.2	2.0
2	Avril 26.458	Poukova.	(— 1.00)		— 0.8	0.5
3	28.471	»	— 0.08	1.5	— 5.1	1.5
4	Mai 1.571	Marseille.	+ 0.17	2.0	— 1.9	2.0
5	Mai 16.507	Hambourg.	+ 0.08	1.5	— 0.1	1.5
6	19.579	Greenwich.		(— 18.0)	
7	19.595	»	(+ 1.15)		
8	21.529	Marseille.	+ 0.14	2.0	+ 0.4	2.0
9	21.543	Leipzig.	+ 0.13	0.5	— 14.6	0.3
10	22.504	Greenwich.		+ 5.2	0.5
11	22.568	»	+ 0.14	0.5	
12	22.574	»		(+ 25.9)	
13	22.581	»		(— 83.3)	
14	22.586	»	(— 1.00)		
15	23.503	Marseille.	+ 0.32	2.0	+ 1.2	2.0
16	23.802	Clinton.	+ 0.33	2.0	+ 0.3	2.0
17	23.802	»	+ 0.33	2.0	+ 0.4	2.0
18	24.512	Berlin.	+ 0.18	1.5	— 2.8	1.5
19	25.456	»	+ 0.23	1.5	— 8.6	1.5
20	Mai 27.545	Paris.	+ 0.02	0.3	— 6.3	0.5
21	28.472	»	+ 1.51	0.3	— 1.1	0.5
22	28.532	Hambourg.	— 0.16	1.5	— 2.7	1.5
23	28.556	Paris.	— 0.26	1.5	0.0	0.5
24	29.511	Marseille.	+ 0.58	2.0	— 2.2	2.0
25	29.513	Berlin.	+ 0.53	1.5	+ 1.1	1.5
26	29.514	Paris.	— 0.19	1.5	+ 8.5	0.5
27	30.490	Leipzig.	— 0.43	0.5	+ 4.6	0.3
28	30.505	Paris.	— 0.09	1.5	(— 38.3)	
29	30.856	Clinton.	— 0.21	2.0	+ 1.4	2.0
30	31.484	Leipzig.	— 0.41	0.5	— 11.4	0.3
31	31.726	Washington.	+ 0.52	1.0	+ 8.1	1.0
32	Juin 2.517	Leipzig.	+ 0.69	0.5	+ 3.2	0.3
33	2.538	Hambourg.	— 0.28	1.5	+ 2.4	1.5
34	Juin 12.316	Athènes.	+ 0.34	0.5	+ 17.5	0.3
35	12.350	»	+ 0.58	0.5	
36	12.354	»	+ 0.74	0.5	
37	13.342	»	+ 0.34	0.5	— 2.0	0.3
38	14.347	»	+ 1.09	0.5	— 0.8	0.3
39	17.346	»	+ 0.51	0.5	+ 23.4	0.3
40	18.361	»	— 0.05	0.5	+ 6.1	0.3
41	18.441	Pola.	+ 0.58	1.0	+ 3.8	1.0
42	19.354	Athènes.	+ 0.67	0.5	+ 14.5	0.3
43	20.348	»	(— 1.19)		(— 17.5)	
44	20.358	»	(— 1.34)		(— 25.7)	
45	21.354	»	— 0.93	0.2	— 9.9	0.2
46	21.368	»	+ 0.48	0.2	+ 8.6	0.2
47	Juin 23.360	Athènes.	+ 0.75	0.2	(— 23.9)	
48	24.469	Marseille.	+ 0.82	2.0	+ 14.1	1.0
49	26.473	»	+ 1.05	2.0	+ 1.4	1.0
50	29.457	»	+ 0.96	2.0	+ 8.1	1.0
51	Juillet 1.505	»	+ 1.20	2.0	+ 12.9	1.0

Pour former les lieux normaux, j'ai pris dans le tableau précédent la moyenne arithmétique, soit pour les dates, soit pour les écarts $\Delta\alpha \cos \delta$ et $\Delta\delta$ de chaque groupe. J'ai adopté comme poids d'un lieu normal la somme des poids des observations dont il est composé. J'obtiens ainsi :

1873	$\Delta\alpha \cos \delta$	Poids.	1873	$\Delta\delta$	Poids.
Avril 3.660	^s —0.090	2.0	Avril 3.660	["] +2.20	2.0
30.243	+0.063	3.5	29.770	—2.96	4.0
Mai 22.744	+0.229	13.5	Mai 22.759	—1.09	13.3
30.264	+0.060	16.1	30.284	+0.58	12.4
Juin 16.090	+0.482	5.4	Juin 17.348	+6.61	3.2
27.863	+1.001	8.2	27.976	+9.12	4.0

ou en rapportant ces résultats à des époques plus favorables au calcul :

1873	$\Delta\alpha \cos \delta$		$\Delta\alpha$	Poids.	$\Delta\delta$	Poids.
	en ^s	en ["]				
Avril 3.5	^s —0.091	["] — 1.36	["] — 1.38	2.0	["] + 2.23	2.0
30.0	+0.061	+ 0.92	+ 0.94	3.5	— 2.94	4.0
Mai 22.5	+0.228	+ 3.42	+ 3.56	13.5	— 1.12	13.3
30.5	+0.066	+ 0.99	+ 1.03	16.1	+ 0.64	12.4
Juin 16.5	+0.496	+ 7.44	+ 7.95	5.4	+ 6.36	3.2
28.0	+1.007	+15.10	+16.35	8.2	+ 9.12	4.0

J'ai calculé à nouveau pour ces dernières dates les ascensions droites et les déclinaisons de la comète d'après les éléments pris pour base du calcul de l'éphéméride.

1873	α 1873.0	δ 1873.0
Avril 3.5	[°] ['] ["] 246 33 18.51	[°] ['] ["] —10 38 30.63
30.0	249 28 53.11	—13 0 31.28
Mai 22.5	247 31 5.97	—16 13 14.48
30.5	246 16 37.55	—17 35 26.63
Juin 16.5	244 1 15.63	—20 36 19.05
28.0	243 27 46.24	—22 33 3.71

En y ajoutant les écarts ci-dessus, j'obtiens pour les lieux normaux les valeurs suivantes :

Lieux normaux.

1873	α 1873.0	Poids.	δ 1873.0	Poids.
	° ' "		° ' "	
Avril 3.5	246 33 17.13	2.0	—10 38 28.40	2.0
30 0	249 28 54.05	3.5	—13 0 34.22	4.0
Mai 22.5	247 31 9.53	13.5	—16 13 15.60	13.3
30.5	246 16 38.58	16.1	—17 35 25.99	12.4
Juin 16.5	244 1 23.58	5.4	—20 36 12.69	3.2
28.0	243 28 2.59	8.2	—22 32 54.59	4.0

§ 4. Perturbations durant la période des observations.

L'action perturbatrice des planètes doit être prise en considération dans un calcul définitif, basé sur l'ensemble de toutes les observations. La méthode de calcul qui convient le mieux en cas pareil est celle d'Encke ¹, donnant les variations des coordonnées rectangulaires.

Aucune planète ne s'étant trouvée à grande proximité de la comète pendant son apparition de 1873, si ce n'est Mars dont la masse est fort petite, j'ai fait pour toutes le calcul avec le même intervalle de 20 jours. J'ai pris comme époque, celle du 15 avril, la même que pour le calcul des perturbations de la période de 1873 à 1879, et j'ai tenu compte de l'action des cinq planètes : Saturne, Jupiter, Mars, la Terre et Vénus.

Pour le calcul des coordonnées rectangulaires héliocentriques des planètes, rapportées à l'écliptique, j'ai emprunté les données nécessaires au *Berl. Jahrbuch*, en les ramenant à l'équinoxe moyen 1873.0. J'ai fait ce calcul pour huit dates équidistantes, du 16 mars au 3 août; j'ai aussi

¹ Encke, *Berl. Jahrbuch* de 1858. — Opp. II, p. 72 ss.

déduit des éléments fondamentaux de la p. 55, pour ces mêmes dates, les coordonnées rectangulaires héliocentriques de la comète rapportées à l'écliptique. Ces coordonnées, x , y , z , ont les valeurs suivantes :

1873	x_0	y_0	z_0
Mars 16.0	—1.55432	—0.94910	+0.23061
Avril 5.0	—1.34906	—1.17373	+0.18836
25.0	—1.11649	—1.37448	+0.14231
Mai 15.0	—0.86042	—1.54636	+0.09326
Juin 4.0	—0.58612	—1.68542	+0.04223
24.0	—0.29965	—1.78962	—0.00967
Juillet 14.0	—0.00720	—1.85848	—0.06140
Août 3.0	+0.28545	—1.89322	—0.11201

J'ai calculé séparément pour chaque planète les termes directs des perturbations, puis en prenant leur somme, j'ai déduit les termes indirects, qui additionnés aux précédents m'ont donné, pour les trois coordonnées, les valeurs de

$$\frac{d^2\xi}{dt^2} \quad \frac{d^2\eta}{dt^2} \quad \frac{d^2\zeta}{dt^2}.$$

En faisant la somme de ces valeurs par les formules de l'intégration numérique, on obtient celles de ξ , η , ζ , variations des coordonnées rectangulaires rapportées à l'écliptique, exprimées en unité de la septième décimale :

1873	ξ	η	ζ
Mars 16.0	+ 18.65	+ 23.36	— 3.75
26.0	+ 8.46	+ 10.55	— 1.63
Avril 5.0	+ 2.15	+ 2.69	— 0.40
15.0	0.00	0.00	0.00
25.0	+ 2.20	+ 2.79	— 0.38
Mai 5.0	+ 8.86	+ 11.47	— 1.46
15.0	+ 20.04	+ 26.32	— 3.16
25.0	+ 35.67	+ 47.64	— 5.37
Juin 4.0	+ 55.56	+ 75.62	— 7.95
14.0	+ 79.37	+ 110.26	— 10.74
24.0	+ 106.60	+ 151.46	— 13.58
Juillet 4.0	+ 136.68	+ 198.95	— 16.32
14.0	+ 168.96	+ 252.40	— 18.83
24.0	+ 202.76	+ 311.30	— 20.96
Août 3.0	+ 235.55	+ 375.10	— 22.63

J'ai interpolé dans ce tableau les valeurs de ξ η ζ pour les dates des lieux normaux, et j'ai calculé les valeurs de ξ' η' ζ' rapportées au plan de l'équateur et correspondant à ξ η ζ pour le plan de l'écliptique. J'ai trouvé :

1873	$\xi = \xi'$	η	ζ	η'	ζ'
Avril 3.5	+ 2.84	+ 3.56	— 0.53	+ 3.48	+ 0.93
30.0	+ 4.97	+ 6.38	— 0.84	+ 6.18	+ 1.77
Mai 22.5	+ 31.36	+ 41.69	— 4.78	+ 40.14	+ 12.21
30.5	+ 46.40	+ 62.20	— 6.75	+ 59.75	+ 18.57
Juin 16.5	+ 85.88	+ 119.95	— 11.45	+ 114.60	+ 37.25
28.0	+ 118.33	+ 169.72	— 14.70	+ 161.54	+ 54.07

En ajoutant ξ' η' ζ' aux coordonnées rectangulaires héliocentriques équatoriales de la comète, on obtient pour l'ascension droite et la déclinaison les valeurs suivantes :

1873	α 1873.0	δ 1873.0
	° ' "	° ' "
Avril 3.5	246 33 18.54	—10 38 30.62
30.0	249 28 53.18	—13 0 31.27
Mai 22.5	247 31 6.36	—16 13 14.54
30.5	246 16 38.06	—17 35 26.75
Juin 16.5	244 1 16.36	—20 36 19.43
28.0	243 27 47.10	—22 33 4.32

Si l'on compare ces résultats aux lieux normaux obtenus ci-dessus, on en déduit les écarts définitifs entre l'observation et le calcul, en tenant compte des perturbations durant la période des observations :

1873	$\Delta \alpha$	$\Delta \alpha \cos \delta$	Poids.	$\Delta \delta$	Poids.
	"	"		"	
Avril 3.5	— 1.41	— 1.39	2.0	+ 2.22	2.0
30.0	+ 0.87	+ 0.85	3.5	— 2.95	4.0
Mai 22.5	+ 3.17	+ 3.04	13.5	— 1.06	13.3
30.5	+ 0.52	+ 0.50	16.1	+ 0.76	12.4
Juin 16.5	+ 7.22	+ 6.76	5.4	+ 6.74	3.2
28.0	+15.49	+14.31	8.2	+ 9.73	4.0

Ces valeurs de $\Delta \alpha \cos \delta$ et de $\Delta \delta$ serviront à déterminer les corrections des éléments par l'emploi de la méthode des moindres carrés, en y joignant les quantités analogues à déduire des observations de 1879.

**Il en résulte pour les coordonnées rectangulaires héliocentriques
équatoriales de la comète les valeurs :**

$$\begin{aligned}x &= r [9.9938932] \sin (v + 328^{\circ} 14' 38''.85) \\y &= r [9.9572758] \sin (v + 242^{\circ} 45' 39''.47) \\z &= r [9.6572886] \sin (v + 218^{\circ} 54' 4''.22)\end{aligned}$$

Le calcul de l'éphéméride a été fait avec soin en usant de tables à 7 décimales. J'ai pris d'après Le Verrier $\epsilon = 23^\circ 27' 18''.03$, et j'ai emprunté les valeurs des coordonnées rectangulaires du soleil au *Berl. Jahrbuch* de 1879. J'ai fait le calcul de quatre en quatre jours, du 15 avril au 16 juillet, pour minuit moyen de Berlin. Le tableau suivant donne pour la même heure, et de jour en jour pour les périodes d'observations, les valeurs de l'ascension droite et de la déclinaison moyennes pour l'équinoxe de 1879.0, et les valeurs correspondantes de $\log \Delta$. J'y ai joint les valeurs de ces coordonnées calculées directement pour quelques dates en dehors de ces périodes.

T. m. de Berlin. 1879	α 1879.0 h m s	δ 1879.0 ° ' "	$\log \Delta$
Avril 15.5	16 46 37.60	— 12 38 33.5	9.972674
19.5	48 52.74	— 13 0 49.8	59505
20.5	49 21.24	6 40.3	56306
21.5	49 47.61	12 37.8	53148
22.5	50 11.82	18 42.6	50034
23.5	50 33.88	24 54.8	46966
24.5	50 53.77	31 14.8	43946
25.5	51 11.50	37 42.5	40977
26.5	51 27.07	44 18.3	38060
27.5	51 40.48	51 2.2	35199
28.5	51 51.74	57 54.4	32395
29.5	52 0.86	— 14 4 54.9	29650
30.5	52 7.85	12 3.9	26967
Mai 1.5	52 12.70	19 21.5	24349
2.5	52 15.46	26 47.7	21797
3.5	52 16.14	34 22.5	19313
4.5	52 14.74	42 5.9	16900
5.5	52 11.30	49 57.9	14561
9.5	51 37.47	— 15 22 51.3	05979
10.5	51 24.14	31 25.6	04040
11.5	51 8.91	40 8.2	02188
12.5	50 51.85	48 58.8	00426
13.5	50 33.00	57 57.4	9.898757
14.5	50 12.42	— 16 7 3.8	97183
15.5	49 50.16	16 17.8	95706

TROISIÈME APPARITION, 1879.

T. m. de Berlin.		α		δ		log Δ
1879		1879.0		1879.0		
		h	m s	° ' "		
Mai	16.5	16	49 26.29	— 16	25 39.1	9.894328
	17.5		49 0.87		35 7.7	93052
	18.5		48 33.99		44 43.1	91880
	19.5		48 5.72		54 25.2	90814
	20.5		47 36.15	— 17	4 13.6	89854
	21.5		47 5.35		14 8.1	89003
	22.5		46 33.43		24 8.3	88264
	23.5		46 0.47		34 14.0	87636
	24.5		45 26.58		44 24.6	87120
	25.5		44 51.84		54 39.9	86718
	26.5		44 16.37	— 18	4 59.5	86432
	27.5		43 40.27		15 23.0	86261
	28.5		43 3.63		25 49.9	86205
	29.5		42 26.56		36 19.9	86265
Juin	30.5		41 49.16		46 52.6	86442
	31.5		41 11.55		57 27.5	86735
	1.5		40 33.81	— 19	8 4.1	87142
	2.5		39 56.04		18 42.2	87665
	3.5		39 18.33		29 21.2	88303
	4.5		38 40.79		40 0.8	89055
	5.5		38 3.50		50 40.6	89920
	6.5		37 26.56	— 20	1 20.2	90897
	7.5		36 50.07		11 59.2	91987
	8.5		36 14.11		22 37.2	93187
	9.5		35 38.79		33 13.9	94497
	10.5		35 4.19		43 49.0	95915
	11.5		34 30.42		54 22.2	97441
	12.5		33 57.55	— 21	4 53.1	99073
	13.5		33 25.69		15 21.4	9.900809
	14.5		32 54.93		25 46.9	02647
	15.5		32 25.35		36 9.2	04586
	16.5		31 57.03		46 28.1	06624
	17.5		31 30.06		56 43.4	08757
	18.5		31 4.52	— 22	6 54.8	10985
	19.5		30 40.49		17 2.1	13305
	20.5		30 18.02		27 5.2	15715
	21.5		29 57.20		37 3.9	18211
	22.5		29 38.09		46 57.9	20791
	23.5		29 20.74		56 47.1	23453
	24.5		29 5.20	— 23	6 31.4	26194
	25.5		28 51.53		16 10.6	29011

T. m. de Berlin. 1879		α 1879.0		δ 1879.0		$\log \Delta$
		h	m s	°	' "	
Juin	26.5	16	28 39.77	— 23	25 44.6	9.931902
	27.5		28 29.96		35 13.4	34862
	28.5		28 22.13		44 36.7	37890
	29.5		28 16.30		53 54.5	40985
	30.5		28 12.50	— 24	3 6.7	44143
Juillet	4.5		28 17.85		38 58.1	57344
	5.5		28 24.38		47 41.4	60775
	6.5		28 33.01		56 18.7	64255
	7.5		28 43.73	— 25	4 50.0	67781
	8.5		28 56.56		13 15.4	71351
	9.5		29 11.49		21 34.8	74962
	10.5		29 28.53		29 48.2	78613
	11.5		29 47.67		37 55.6	82301
	12.5		30 8.92		45 56.9	86025
	16.5		31 54.84	— 26	17 1.8	0.001236

§ 2. Observations.

Quatre observatoires seulement ont fourni des observations de la comète en 1879. On trouvera plus bas pour chacun d'entre eux le tableau de ces observations entièrement réduites à nouveau, ainsi que le résultat de leur comparaison avec l'éphéméride. Pour cette apparition toutes les données nécessaires sont publiées aux sources citées et je n'ai eu à indiquer dans les tableaux que les valeurs réduites. J'ai utilisé pour le travail de réduction les tables du *Berl. Jahrbuch* de 1879, et j'ai suivi exactement les mêmes principes et employé les mêmes constantes que pour l'apparition de 1873. Je m'abstiendrai donc de répéter les remarques et observations que je faisais dans le § 2 du chapitre précédent.

I. Observations d'Arcetri (Florence).

Sources : A. N. v. 95, p. 45 et 199; v. 96, p. 61. — Je dois en outre plusieurs renseignements à l'obligeance de M. W. Tempel.

Mai 1. — La comète est très faible. L'observation était très difficile, parce qu'il fallait employer le plus grand micromètre circulaire à cause de la différence $\star \bullet \text{---} \star$ de plus de 9' en δ . L'observation repose sur quatre comparaisons, dont trois concordent bien ensemble, la quatrième moins bien.

• 13. — La comète est faible et petite, elle se trouve dans le voisinage immédiat d'une petite étoile de 16^{me} à 17^{me} grandeur qui gêne beaucoup l'observation des contacts avec le cercle du micromètre.

• 29. — L'observation repose sur des comparaisons très concordantes.

Juillet 7 et 8. — La comète est excessivement faible. Elle présente certainement un ou plusieurs points lumineux, mais comme elle se trouve dans une portion du ciel très riche en petites étoiles, il est impossible de reconnaître exactement le noyau de la comète. L'observation du 7 juillet repose sur des comparaisons beaucoup plus concordantes que celle du 8.

Remarque sur le nombre des comparaisons. (A. N. v. 94, p. 94). Un chiffre seul indique que la comète et l'étoile passent, l'une au-dessus, l'autre au-dessous du centre du micromètre. Deux chiffres placés l'un à côté de l'autre indiquent le nombre de fois que les deux astres passent, tous deux au-dessus et tous deux au-dessous du centre du micromètre.

Les observations n'ont pas été corrigées de la réfraction par M. Tempel. Je me suis assuré que, vu la petitesse des différences $\star \bullet \text{---} \star$ en δ , on pouvait fort bien négliger cette correction.

II. Observations de Leipzig.

Sources : A. N. v. 95, p. 333. — Je dois quelques renseignements complémentaires à l'obligeance de M. le Dr Peter.

Observateurs : M. le prof. Bruhns (B), M. le Dr Peter (P), M. le Dr Harzer (H).

Instrument : Équatorial de 215 mm. ; micromètre à fils.

Longitude : + 4^m 0^s.9, ouest de Berlin.

T. m. de Berlin. 1879	Nombre des comp. α δ	★ de comp.	Obser- vateur.	α 1879.0	$\Delta \alpha \cos \delta$	δ 1879.0	$\Delta \delta$
Mai 15.49979	12 3	26	P	^h 16 ^m 49 ^s 52.15	+1.91	—16 16 52.0	—34.3
19.52621	12	28	P	48 4.19	—0.74
19.52917	4	28	P	—16 54 41.2	+ 1.1
22.53611	9 3	27	P	46 31.68	—0.55	—17 24 23.0	+ 7.1
24.53093	4 4	25	B	45 24.09	—1.07	—17 44 57.4	— 8.3
28.55273	6	21	B	43 0.36	—1.25
28.55448	3	21	B	—18 26 36.9	—12.7
29.55788	9 4	20	B	42 25.41	+0.96	—18 36 52.6	+ 3.9
31.55519	6 5	19	B	41 9.52	+0.04	—18 58 7.3	— 4.8
31.56616	4 4	19	H	41 10.21	+1.09	—18 58 11.4	— 4.8

Remarques des observateurs.

- La comète était difficile à observer à cause de son extrême faiblesse.
- Mai 15. — La comète apparaît comme une très fine nébulosité d'environ 2' de diamètre présentant une légère condensation du côté sud. La comète est située au milieu de trois petites étoiles auxquelles on devait se référer pour l'observation, ce qui rend celle-ci incertaine.
- » 19. — De temps en temps apparaissait une sorte de noyau nettement marqué qui brillait comme une étoile de 12^{me} à 13^{me} grandeur
- » 31. — Le diamètre de la comète est environ de 1'.

III. Observations de Rio de Janeiro.

Sources : A. N. v. 95, p. 141. — C. R. LXXXVIII, p. 1311. — M. L. Cruls m'a communiqué quelques notes complémentaires.

Observateur : M. L. Cruls.

Instrument : Équatorial de 25 cm.

Longitude : + 3^h 46^m 16^s, ouest de Berlin.

T. m. de Berlin. 1879	★ de comp.	α 1879.0	Δα cos δ	δ 1879.0	Δδ
Mai 23.53833	24	^h 16 ^m 45 ^s 58.35	^s -0.80	[°] -17 ['] 34 ["] 50.7	["] -13.4
23.85347	24	45 48.86	+0.26	-17 37 49.7	- 0.4
24.60856	23	45 21.63	-1.16	-17 45 27.5	+ 3.7
24.60856	25	45 21.65	-1.14	-17 45 43.3	-12.1
25.54715	23	44 48.64	-1.47	-17 54 34.5	+34.5
25.54715	25	44 49.83	-0.34	-17 54 50.5	+18.5

Remarques de l'observateur.

Les observations ¹ ont été extrêmement difficiles à cause de l'excessive faiblesse de la comète. Celle-ci avait l'aspect d'une faible nébulosité sensiblement ronde, avec une légère condensation de lumière au centre. Le temps n'a pas été favorable le 26 et le 27 mai, et le 28 la comète n'était plus visible.

IV. Observations de Cordoba.

Source : A. N. v. 97, p. 287.
Observateur : M. Thome.
Instrument : Équatorial de 28 cm.; micromètre à fils.
Longitude : + 5^h 10^m 20^s, ouest de Berlin.

T. m. de Berlin. 1879	Nombre des comp.	★ de comp.	α 1879.0	Δα cos δ	δ 1879.0	Δδ
Juin 21.56322	10	8	^h 16 ^m 29 ^s 55.50	^s -0.41	[°] -22 ['] 37 ["] 29.0	["] +12.6
22.52058	9	5	29 36.79	-0.86	-22 46 44.7	+25.3
23.55744	9	7	29 19.31	-0.45	-22 56 43.2	+37.6
24.52309	10	7	29 4.29	-0.52	-23 6 20.4	+24.4
25.55497	10	9	28 50.10	-0.68	-23 16 28.8	+13.5
26.56332	7	10	28 38.48	-0.56	-23 25 44.2	+36.6

¹ Le nombre des comparaisons, sur lesquelles chaque observation est fondée, n'est pas indiqué.

BREVETÉ DÉPART. 1873.

Monsieur le Directeur de l'Observatoire
de Paris.

Je vous prie de m'envoyer un fil de soie avec un diamètre de $1\frac{1}{2}$ mm, et une longueur de 100 mètres. L'éclat de la soie doit être tel qu'elle ne soit ni trop grande ni trop petite.

Je vous prie de m'envoyer aussi une bonne quantité possible des fils, et de m'indiquer par écrit la manière de les employer sur champ.

Je vous prie de m'indiquer les conditions de l'expérience.

Je vous prie de m'indiquer la manière d'obtenir une grande précision dans les observations.

BREVETÉ DÉPART. DÉPART. DES JOURS NORMAUX.

Les observations que vous m'avez envoyées sont considérables que celles de 1872. Les observations de 1872 et de 1873 sont certainement moindres que leurs courbes. Pour déterminer ce point, je me suis fondé sur les observations de votre observation précédente, et j'ai pu me rendre compte de la différence.

Les observations de 1872 et de 1873, en donnant les courbes des observations depuis le 13 mai jusqu'à la fin de l'année, les observations qui présentent avec les courbes de 1872 des différences supérieures à ceux des observations de 1872. Les observations de 1872 et de 1873, en donnant les courbes des observations depuis le 13 mai jusqu'à la fin de l'année, les observations qui présentent avec les courbes de 1872 des différences supérieures à ceux des observations de 1872. Les observations de 1872 et de 1873, en donnant les courbes des observations depuis le 13 mai jusqu'à la fin de l'année, les observations qui présentent avec les courbes de 1872 des différences supérieures à ceux des observations de 1872.

Les observations de 1872 et de 1873, en donnant les courbes des observations depuis le 13 mai jusqu'à la fin de l'année, les observations qui présentent avec les courbes de 1872 des différences supérieures à ceux des observations de 1872. Les observations de 1872 et de 1873, en donnant les courbes des observations depuis le 13 mai jusqu'à la fin de l'année, les observations qui présentent avec les courbes de 1872 des différences supérieures à ceux des observations de 1872.

naisons de la fin du même mois, prises séparément, ont un poids supérieur. Comme je voulais aussi tenir compte du fait que la série d'observations d'Arcetri est la plus considérable de toutes et qu'elle s'étend à la période entière des observations, j'ai sensiblement forcé son poids et j'ai adopté la valeur 1.5 en ascension droite et en déclinaison. J'ai fait des exceptions pour l'observation du 13 mai obtenue dans de mauvaises conditions et pour celle du 12 juin qui ne repose que sur deux comparaisons, en ne leur attribuant que les poids 1.0 et 0.5. L'observation du 24 avril est incertaine, je ne lui ai donné que le poids 0.5. J'ai complètement négligé celle du 25 avril qui ne concorde ni avec la précédente, ni avec celle du 1^{er} mai et j'ai fait de même pour l'ascension droite de celle du 8 juillet, qui diffère trop de celle du 7; j'ai conservé la déclinaison du 8 juillet avec le poids 0.5.

Leipzig. Peu d'observations. Je donne le poids 1.0 en ascension droite et en déclinaison à celles de M. Peter, en négligeant, sur son indication, celle du 15 mai, et le poids 0.5 en ascension droite et en déclinaison aux observations de MM. Bruhns et Harzer.

Rio de Janeiro. Observations très peu concordantes; poids faible; j'adopte 0.3 en ascension droite et 0.1 en déclinaison.

Cordoba. Je trouve pour les ascensions droites le poids 1.5 et pour les déclinaisons le poids 0.1. J'adopte pour les premières 2.0 et pour les autres 1.0.

Voici le tableau complet des écarts $\Delta\alpha \cos \delta$ et $\Delta\delta$ entre les observations et l'éphéméride, rangés par ordre chronologique, avec l'indication des poids adoptés. Un trait sépare les observations qui n'appartiennent pas au même lieu normal; les différences négligées sont mises entre parenthèses.

§ 4. Perturbations durant la période des observations.

Comme pour l'apparition de 1873, j'ai calculé les perturbations d'après la méthode d'Encke. J'ai tenu compte de l'action des cinq planètes : Saturne, Jupiter, Mars, la Terre et Vénus et j'ai pris dans le *Berl. Jahrbuch* de 1879 les données nécessaires au calcul de leurs coordonnées rectangulaires héliocentriques par rapport à l'écliptique, en les ramenant à l'équinoxe moyen de 1879.0. J'ai calculé ces coordonnées pour huit dates séparées par des intervalles de 20 jours, et pour ces mêmes dates j'ai déterminé les valeurs suivantes des coordonnées rectangulaires héliocentriques écliptiques de la comète, d'après les éléments fondamentaux de la p. 76 :

1879	x_0	y_0	z_0
Mars 25.0	—1.43397	—1.08798	+0.20576
Avril 14.0	—1.21161	—1.29853	+0.16111
Mai 4.0	—0.96408	—1.48203	+0.11313
24.0	—0.69610	—1.63415	+0.06273
Juin 13.0	—0.41350	—1.75196	+0.01102
Juillet 3.0	—0.12248	—1.83433	—0.04092
23.0	+0.17091	—1.88191	—0.09210
Août 12.0	+0.46142	—1.89670	—0.14169

J'ai pris comme époque, celle du 24.0 avril pour laquelle les éléments de 1879 sont osculateurs. Il résulte du calcul, pour les variations ξ, η, ζ des coordonnées x_0, y_0, z_0 , les valeurs suivantes, exprimées en unité de la septième décimale et obtenues de 10 en 10 jours par les formules de l'intégration numérique :

En ajoutant ces quantités ξ' η' ζ' aux coordonnées rectangulaires équatoriales de la comète et en déduisant les ascensions droites et les déclinaisons, on obtient des valeurs dans lesquelles l'action perturbatrice des planètes est éliminée.

Les éléments qui nous ont servi jusqu'ici pour cette apparition, ne sont pas ceux qui correspondent aux éléments adoptés pour celle de 1873. Les deux apparitions devant concourir à la détermination des éléments définitifs, il faut, pour déterminer les écarts $\Delta\alpha \cos \delta$ et $\Delta\delta$ entre les lieux normaux de 1879 et le calcul, employer pour cette apparition les éléments correspondants à ceux de 1873, auxquels a conduit le calcul des perturbations de la période de 1873 à 1879. Ces éléments sont consignés à la p. 34.

En les rapportant à l'équinoxe moyen 1879.0 et en y joignant les valeurs des éléments $\pi' \Omega' i'$ rapportés au plan de l'équateur, on obtient:

$$\begin{array}{l}
 M \text{ 1879 avril 24.0} = -2^\circ 12' 52''.570 \\
 T = 1879 \text{ mai 7.44176} \\
 \mu = 593''.119494 \\
 \log a = 0.5179096 \\
 \varphi = 27^\circ 32' 41''.92 \\
 \left. \begin{array}{l}
 \pi = 238 \ 24 \ 14 \ .58 \\
 \Omega = 78 \ 45 \ 23 \ .73 \\
 i = 9 \ 46 \ 30 \ .60 \\
 \pi' = 240 \ 24 \ 21 \ .27 \\
 \Omega' = 21 \ 30 \ 21 \ .12 \\
 i' = 27 \ 0 \ 58 \ .46
 \end{array} \right\} \text{Équinoxe moy. 1879.0}
 \end{array}$$

Il en résulte pour les coordonnées rectangulaires héliocentriques équatoriales de la comète les valeurs :

$$\begin{array}{l}
 x = r [9.9938934] \sin (v + 328^\circ 14' 33''.79) \\
 y = r [9.9572757] \sin (v + 242 \ 45 \ 34 \ .19) \\
 z = r [9.6572882] \sin (u + 218 \ 54 \ 0 \ .15)
 \end{array}$$

Si l'on calcule $x \ y \ z$ d'après ces formules pour les dates des lieux normaux, et qu'à ces valeurs on additionne celles que nous venons de trouver pour $\xi' \ \pi' \ \zeta'$, on trouve pour les ascensions droites et les déclinaisons affranchies des perturbations :

TROISIÈME APPARITION, 1879.

1879	α 1879.0	δ 1879.0
Avril 23.5	252 57 10.00	—13 57 53.59
Mai 17.0	252 18 6.57	—16 30 49.71
26.5	251 3 44.21	—18 4 55.34
Juin 10.0	248 49 58.64	—20 38 25.50
22.5	247 24 9.33	—22 46 50.25
Juillet 7.5	247 10 34.91	—25 4 41.64

Ces valeurs comparées aux lieux normaux fournissent pour les écarts $\Delta \alpha \cos \delta$ et $\Delta \delta$ entre l'observation et le calcul, les valeurs définitives suivantes :

VI. DISCUSSION DES APPARITIONS DE 1873 ET DE 1879 COMBINÉES

§ 1. Équations de condition.

Les termes connus de ces équations, $\Delta\alpha \cos \delta$ et $\Delta\delta$, ont été obtenus dans les chapitres précédents, p. 75 et p. 92; je puis me dispenser de les reproduire ici. Les inconnues sont les corrections à appliquer aux éléments : $M_0, \mu, \varphi, \pi', \Omega', i'$, ces derniers rapportés au plan de l'équateur. J'ai calculé les coefficients de ces inconnues d'après les formules données par v. Oppolzer¹, et au moyen des éléments qui ont servi aux calculs des éphémérides pour les deux apparitions. L'époque originelle adoptée est le 15.0 avril 1873. Les équations de condition sont de la forme :

$$\Delta\alpha \cos \delta = \frac{d\alpha \cos \delta}{d\Omega'} \Delta\Omega' + \frac{d\alpha \cos \delta}{di'} \Delta i' + \frac{d\alpha \cos \delta}{d\pi'} \Delta\pi' + \frac{d\alpha \cos \delta}{d\varphi} \Delta\varphi + \frac{d\alpha \cos \delta}{d\mu} \Delta\mu + \frac{d\alpha \cos \delta}{dM_0} \Delta M_0$$

$$\Delta\delta = \frac{d\delta}{d\Omega'} \Delta\Omega' + \frac{d\delta}{di'} \Delta i' + \frac{d\delta}{d\pi'} \Delta\pi' + \frac{d\delta}{d\varphi} \Delta\varphi + \frac{d\delta}{d\mu} \Delta\mu + \frac{d\delta}{dM_0} \Delta M_0$$

Pour les dates des six lieux normaux de l'apparition de 1873 et des six de 1879, ces équations ont les valeurs suivantes, où les corrections $\Delta\Omega', \Delta i', \Delta\pi', \Delta\varphi, \Delta\mu, \Delta M_0$, sont exprimées en secondes d'arc et où les coefficients, ainsi que $\Delta\alpha \cos \delta$ et $\Delta\delta$, sont donnés par leurs logarithmes :

¹ Opp. II, p. 391.

ment, qu'il existait une proportionnalité fâcheuse entre les coefficients de $\Delta\pi'$ et de ΔM_0 , mais j'espérais que par la combinaison des deux apparitions cette circonstance défavorable disparaîtrait, au moins en partie. Cette espérance a été déçue; voici dans les 24 équations les

Valeurs du rapport des coefficients de ΔM_0 et de $\Delta\pi'$.

1873		1879	
	α	δ	
I	+ 3.131	+ 2.978	+ 3.090
II	3.089	3.051	3.047
III	3.049	3.072	3.030
IV	3.040	3.061	3.011
V	3.030	3.004	3.000
VI	3.024	2.946	2.983

Pour tenir compte des poids différents des lieux normaux, les équations de condition doivent être multipliées chacune par la racine carrée du poids p du lieu normal correspondant. Voici pour les 24 équations les

Valeurs de $\log \sqrt{p}$

1873		1879	
	α	δ	
I	0.15052	0.15052	0.15052
II	0.27204	0.30103	0.27204
III	0.56517	0.56193	0.45954
IV	0.60342	0.54671	0.45155
V	0.36620	0.25258	0.64502
VI	0.45691	0.30103	0.08805

Ainsi transformées, les équations sont toutes ramenées à la même unité de poids; je suppose cette opération exécutée, sans en transcrire le résultat. J'ai suivi ensuite le procédé employé par v. Oppolzer¹, et j'ai substitué aux inconnues $\Delta\Omega'$ $\Delta i'$ $\Delta\pi'$ $\Delta\varphi$ $\Delta\mu$ ΔM_0 , d'autres inconnues

¹ Opp. II, p. 318.

$$\begin{aligned}
\log \Delta \pi' &= \log z + 0.74893 \\
\log \Delta \varphi &= \log t + 0.88367 \\
\log \Delta \mu &= \log u + 6.92446 \\
\log \Delta M_0 &= \log w + 0.27108
\end{aligned}$$

Les équations de condition ramenées à la même unité en les multipliant par \sqrt{p} , et rendues plus homogènes par l'introduction des nouvelles inconnues, prennent la forme :

$$ax + by + cz + dt + eu + fw = n$$

Afin d'avoir un moyen de contrôle pour les calculs ultérieurs, j'ai

formé, pour chaque équation, la somme s des coefficients des différentes inconnues, de sorte que :

$$s = a + b + c + d + e + f .$$

J'ai laissé n en dehors de cette somme parce que je prévoyais que, vu la grande analogie des valeurs de c et de f , je n'obtiendrais pas d'emblée un résultat définitif.

Le tableau suivant renferme les valeurs des logarithmes de $a b c d e f s n$. Contrairement à ce que j'avais fait précédemment, je n'ai pas mis ici ces quantités en équation, mais j'ai rangé celles qui se rapportent au même lieu normal les unes au-dessous des autres dans une même colonne verticale.

Coefficients des équations de condition.

1873

ASCENSION DROITE

	I	II	III	IV	V	VI
log a	8.60067	8.34823	7.74087 _n	8.36546 _n	8.52879 _n	8.76730 _n
log b	8.62394 _n	9.00166 _n	9.45236 _n	9.52948 _n	9.33674 _n	9.42863 _n
log c	9.37331	9.60909	9.95564	9.99489	9.72712	9.77842
log d	8.16961 _n	9.18370	9.72093	9.80064	9.61544	9.72968
log e	7.48588	7.86113	8.24864	8.29674	8.05156	8.12617
log f	9.39112	9.62102	9.96200	0.00000	9.73070	9.78111
log s	9.670627	9.957226	0.316788	0.357621	0.094903	0.154623
log n	8.59456 _n	8.50249	9.34907	8.60342	9.49718	9.91358

DÉCLINAISON

	I	II	III	IV	V	VI
log a	9.58435	9.76769	0.00000	9.95655	9.56792	9.52707
log b	9.08830 _n	9.52261 _n	9.92637 _n	9.94011 _n	9.67231 _n	9.71685 _n
log c	9.00088 _n	9.19599 _n	9.48026 _n	9.46942 _n	9.17126 _n	9.20240 _n
log d	9.05608	8.96635	8.48581 _n	9.04932 _n	9.14931 _n	9.31388 _n
log e	6.64262	6.66121 _n	7.57113 _n	7.67669 _n	7.54760 _n	7.65441 _n
log f	8.99691 _n	9.20265 _n	9.48985 _n	9.47743 _n	9.17112 _n	9.19381 _n
log s	9.246063	8.449910	9.689745 _n	9.831291 _n	9.733732 _n	9.851611 _n
log n	8.79790	9.07188 _n	8.88827 _n	8.72855	9.38227	9.59017

Équations finales.

+ 4.347964	x	- 4.094146	y	- 1.661397	z	- 0.840604	t	- 0.803083	u	- 1.673388	w	= + 0.842090
- 4.094146		+ 5.095049		- 0.306799		- 0.483719		- 0.130832		- 0.313919		= - 3.068330
- 1.661397		- 0.306799		+ 5.460067		+ 4.040397		+ 2.608097		+ 5.505965		= + 3.019691
- 0.840604		- 0.483719		+ 4.040397		+ 3.386764		+ 2.312350		+ 4.062605		= + 2.291063
- 0.803083		- 0.130832		+ 2.608097		+ 2.312350		+ 2.561637		+ 2.616358		= + 2.230755
- 1.673388		- 0.313919		+ 5.505965		+ 4.062605		+ 2.616358		+ 5.552783		= + 3.052116

Le calcul de contrôle par les sommes s donne les résultats comparatifs suivants, où je représente par $\Sigma[\lambda a]$ $\Sigma[\lambda b]$ les sommes des coefficients pour chacune des équations finales, de sorte que par exemple :

$$\Sigma[\lambda a] = [aa] + [ab] + [ac] + [ad] + [ae] + [af]$$

$[as] = - 4.724628$	$\Sigma[\lambda a] = - 4.724654$
$[bs] = - 0.234369$	$\Sigma[\lambda b] = - 0.234366$
$[cs] = + 15.646320$	$\Sigma[\lambda c] = + 15.646330$
$[ds] = + 12.477787$	$\Sigma[\lambda d] = + 12.477793$
$[es] = + 9.164516$	$\Sigma[\lambda e] = + 9.164527$
$[fs] = + 15.750398$	$\Sigma[\lambda f] = + 15.750404$
$[ns] = + 8.367381$	$\Sigma[\lambda n] = + 8.367385$

La somme des carrés des erreurs $[nn]$ a pour valeur + 6.028809, ou si on l'exprime en secondes d'arc, en la multipliant par $(50'')^2$: 15072''.023.

Dans la résolution des équations finales, j'ai employé $\Sigma[\lambda a]$ $\Sigma[\lambda b]$ au lieu de $[as]$ $[bs]$, afin que le contrôle se poursuivit jusqu'à la fin du calcul. Cette résolution m'a conduit aux équations suivantes pour la détermination successive des inconnues, équations où les coefficients sont de nouveau représentés par leurs logarithmes :

0.6382859	x	+ 0.6121633 _n	y	+ 0.2204734 _n	z	+ 9.9245915 _n	t	+ 9.9047604 _n	u	+ 0.2235967 _n	w	= 9.9253585
0.0933881			y	+ 0.2721225 _n	z	+ 0.1055960 _n	t	+ 9.9479403 _n	u	+ 0.2763747 _n	w	= 0.3570574 _n
				0.3013085	z	+ 0.2539771	t	+ 9.9834269	u	+ 0.3042347	w	= 8.9660103 _n
						9.4818838	t	+ 9.5816057	u	+ 8.0484146 _n	w	= 9.2934161
								9.9220291	u	+ 6.63589	w	= 9.7448287
										6.04922	w	= 7.93156

DISCUSSION DES APPARITIONS DE 1873 ET DE 1879 COMBINÉES. 101
 où w est maintenant la seule inconnue, et où figurent les logarithmes
 des coefficients et non les coefficients eux-mêmes :

1873			
ASCENSION DROITE		DÉCLINAISON	
6.52323 _n	$w = 8.15158_n$	7.72574	$w = 9.63141$
7.07918	$w = 8.19529_n$	7.40236	$w = 9.18484$
7.00380 _n	$w = 8.64640_n$	7.28391 _n	$w = 9.21579_n$
7.16146 _n	$w = 9.50685_n$	7.41800 _n	$w = 9.38618_n$
6.71917	$w = 8.55314$	6.57043 _n	$w = 9.05661_n$
7.39839	$w = 9.64699$	7.17765	$w = 9.09571_n$
1879			
ASCENSION DROITE		DÉCLINAISON	
7.42892	$w = 9.76709$	7.07328	$w = 9.00539$
7.10927	$w = 8.68775$	6.95371 _n	$w = 9.01959_n$
6.15320	$w = 8.94556$	7.29778 _n	$w = 8.95557_n$
6.97836 _n	$w = 8.45791_n$	6.98376 _n	$w = 8.37422$
6.68913 _n	$w = 9.09380_n$	7.41248	$w = 9.38554$
6.38202	$w = 8.91836_n$	7.52999	$w = 9.01046$

Ces équations ont la forme :

$$\beta w = \nu.$$

Pour faciliter le calcul j'introduis à la place de w une inconnue w'
 telle que :

$$\log w' = \log w + 7.72574 \quad \text{d'où résulte :} \quad \log w = \log w' + 2.27426.$$

Les coefficients β augmentant dans la même proportion où l'inconnue
 diminue, je les nomme β' , et les équations deviennent :

$$\beta' w' = \nu.$$

On obtient pour les sommes des produits $\beta' \beta'$, $\beta' \nu$ et $\nu \nu$:

$$\begin{aligned} [\beta' \beta'] &= + 3.329237 \\ [\beta' \nu] &= + 1.602529 \\ [\nu \nu] &= + 1.189042 \end{aligned}$$

faire disparaître en partie seulement des différences $\Delta\alpha \cos \delta$ et $\Delta\delta$ assez faibles entre l'observation et le calcul, on obtient pour les éléments de l'orbite de cette comète des corrections considérables.

On peut procéder maintenant à un contrôle général de tous les calculs qui précèdent. Substituant dans les équations de condition de la p. 94 les corrections des éléments que nous venons de trouver, et nommant v les erreurs qui restent encore dans ces équations après la substitution, on forme les carrés vv , on les multiplie par les poids correspondants p et l'on prend la somme $[pvv]$. Cette somme doit avoir la même valeur que $[vv_1]$ qui correspond à $[nn_1]$.

On trouve effectivement :

$[pvv] = 1043''.93$ ou dans l'autre unité : $[pvv] = 0.41757$.

La concordance avec la valeur trouvée précédemment pour $[vv_1]$ est tout à fait suffisante.

Appliquant les corrections aux éléments pris comme base pour les deux apparitions, j'ai calculé une éphéméride pour les dates des lieux normaux. Voici le tableau des écarts $\Delta\alpha \cos \delta$ et $\Delta\delta$ qui subsistent, mis en regard de celui des mêmes écarts obtenus par la substitution dans les équations de condition :

Équations de condition.				Éphéméride.			
1873		1879		1873		1879	
$\Delta\alpha \cos \delta$	$\Delta\delta$	$\Delta\alpha \cos \delta$	$\Delta\delta$	$\Delta\alpha \cos \delta$	$\Delta\delta$	$\Delta\alpha \cos \delta$	$\Delta\delta$
"	"	"	"	"	"	"	"
+ 0.57	− 1.89	+ 12.09	− 0.21	+ 0.17	− 1.71	+ 11.92	− 0.09
− 3.32	− 1.89	− 1.81	− 0.62	− 3.75	− 1.74	− 4.93	− 0.56
+ 0.64	+ 0.13	+ 1.31	+ 1.68	+ 0.32	+ 0.23	+ 1.18	+ 1.75
− 2.37	− 0.09	+ 1.02	+ 1.96	− 2.67	− 0.04	+ 0.84	+ 1.95
− 0.25	− 2.24	− 0.90	+ 2.06	− 0.53	− 2.21	− 0.93	+ 2.03
+ 3.79	− 6.52	− 4.27	− 7.22	+ 3.67	− 6.55	− 4.31	− 7.23

La concordance n'est pas absolue, ce qui ne doit pas étonner vu la

diffèrent de celles de la p. 99 que par leurs seconds membres. Laissant de côté l'inconnue w pour les mêmes motifs que précédemment, on en déduit pour x y z t u , et par suite pour $\Delta\Omega'$ $\Delta i'$ $\Delta\pi'$ $\Delta\varphi$ $\Delta\mu$, les petites corrections :

$\log u = 7.92331$	$\Delta\mu = + 0''.0000070$
$\log t = 8.49262$	$\Delta\varphi = + 0.238$
$\log z = 8.66621_n$	$\Delta\pi' = - 0.260$
$\log y = 7.62024_n$	$\Delta i' = - 0.031$
$\log x = 7.94847_n$	$\Delta\Omega' = - 0.155$

J'en suis resté là, estimant que pour de si faibles quantités il ne valait

DISCUSSION DES APPARITIONS DE 1873 ET DE 1879 COMBINÉES. 105
pas la peine de former les équations de condition pour w seul et j'ai
conservé à M , sa valeur précédente.

Par ce calcul on trouve :

$$[nn_s] = 0.41971 \quad \text{ou} \quad [nn_s] = 1049''.27.$$

Substituant les corrections dans les équations de condition, on obtient:

$$[p_{vv}] = 1049''.40 \quad \text{ou} \quad [p_{vv}] = 0.41976.$$

Enfin calculant une éphéméride avec les éléments corrigés une seconde
fois :

$$[p_{vv}] = 1049''.69 \quad \text{ou} \quad [p_{vv}] = 0.41988.$$

Voici les tableaux des valeurs de $\Delta\alpha \cos \delta$ et de $\Delta\delta$ résultant de la sub-
stitution dans les équations de condition et du calcul de l'éphéméride;
ces valeurs concordent parfaitement :

Équations de condition.				Éphéméride.			
1873		1879		1873		1879	
$\Delta\alpha \cos \delta$	$\Delta\delta$	$\Delta\alpha \cos \delta$	$\Delta\delta$	$\Delta\alpha \cos \delta$	$\Delta\delta$	$\Delta\alpha \cos \delta$	$\Delta\delta$
"	"	"	"	"	"	"	"
+ 0.58	— 1.90	+ 12.13	— 0.19	+ 0.57	— 1.90	+ 12.11	— 0.18
— 3.38	— 1.90	— 1.76	— 0.62	— 3.41	— 1.89	— 1.77	— 0.61
+ 0.65	+ 0.43	+ 1.32	+ 1.71	+ 0.66	+ 0.42	+ 1.31	+ 1.72
— 2.36	— 0.42	+ 0.93	+ 1.96	— 2.34	— 0.43	+ 0.94	+ 1.98
— 0.30	— 2.24	— 0.88	+ 2.06	— 0.29	— 2.23	— 0.88	+ 2.08
+ 3.83	— 6.55	— 4.33	— 7.17	+ 3.84	— 6.55	— 4.33	— 7.16

§ 3. Erreurs moyennes des résultats.

J'ai calculé les poids des corrections des éléments d'après les formules

$$s = \pm \sqrt{\frac{[p\,vv]}{m-m'}}$$

où $[p\,vv]$ représente comme précédemment la somme des carrés des erreurs restantes, m le nombre des équations et m' le nombre des inconnues. Nous avons trouvé (p. 105) :

$$[p\,vv] = 1049^{\circ}.69.$$

Il en résulte pour l'erreur moyenne d'une équation de condition :

¹ Opp. II, p. 356.

nes des corrections à appliquer à ces éléments par les valeurs que nous venons d'obtenir pour $E_{\Delta\gamma}$, $E_{\Delta\gamma'}$, $E_{\Delta\pi'}$, et au moyen des relations entre les variations de Ω i' π' et celles de Ω i π ¹:

$$E_{\Delta\Omega} = \pm 13''.48$$

$$E_{\Delta i} = \pm 2''.64$$

$$E_{\Delta\pi} = \pm 91''.75$$

¹ Opp. II, p. 416.

² Opp. II, p. 396.



M É M O I R E S
DE LA
SOCIÉTÉ DE PHYSIQUE ET D'HISTOIRE NATURELLE DE GENÈVE
TOME XXIX. — N° 13.

PÉNÉTRATION
DE LA
LUMIÈRE DU JOUR
DANS
LES EAUX DU LAC DE GENÈVE
ET DANS
CELLES DE LA MÉDITERRANÉE

PAR
MM. HERMANN FOL & ÉDOUARD SARASIN



GENÈVE
IMPRIMERIE CHARLES SCHUCHARDT

100

100

100

PÉNÉTRATION DE LA LUMIÈRE DU JOUR

DANS

LES EAUX DU LAC DE GENÈVE

ET

DANS CELLES DE LA MÉDITERRANÉE¹

La Commission spéciale nommée par la *Société de physique et d'histoire naturelle* pour faire l'étude de la couleur et de la transparence des eaux du lac de Genève, nous avait plus particulièrement chargés de la partie du travail qui consistait à déterminer la limite extrême qu'atteint la lumière du jour dans la profondeur du lac.

Divers naturalistes ont porté avant nous leurs investigations sur cet intéressant sujet. Nous n'avons pas à rappeler ici les recherches de notre excellent ami et collègue, le professeur F. A. Forel, de Morges, qui s'est constitué dès longtemps l'observateur par excellence du lac de Genève et de tous les phénomènes naturels dont il est le théâtre. Opérant avec du papier sensibilisé pour positifs de photographies, qu'il plongeait le soir, pour le retirer une ou plusieurs nuits après, M. Forel² est arrivé à des

¹ Nous réunissons ici les diverses notes que nous avons publiées sur ce sujet dans les *Comptes rendus de l'Académie des sciences* et dans les *Archives des Sciences physiques et naturelles*, en les complétant par la description plus détaillée, avec planche, de nos divers appareils.

² *Archives des sciences physiques et naturelles*, 1877, t. LIX, p. 137.

d. A 147^m, une plaque à 4 h. de l'après-midi;

e. A 170^m, une plaque à 2 h. 26 m.;

f. A 113^m, une plaque à 3 h. 3 m.;

g. A 90^m,50, une plaque à 3 h. 34 m.

Comme point de comparaison, M. Fol avait, le 15 août, à 10 h. du soir, exposé par une nuit claire, mais sans lune :

h. Une plaque à l'air libre pendant dix minutes;

i. Une plaque à l'air libre pendant cinq minutes.

Au développement, il se trouva que la plaque *c* (300^m de profondeur) n'avait reçu aucune impression lumineuse quelconque. Il en fut de même des plaques *a* (237^m). La plaque *e*, à 170^m, était légèrement voilée, à peu près comme la plaque *i*, exposée de nuit pendant cinq minutes. La plaque *d*, à 147^m, avait été fortement impressionnée, plus que la plaque *h* exposée la nuit pendant dix minutes. Des deux plaques à 113^m, la plaque *f* du second jour est très noircie, tandis que la plaque *b* du premier jour n'est pas plus impressionnée que la plaque *d* du second jour. Enfin la plaque *g*, exposée à 90^m, est tellement impressionnée que des caractères qui avaient été tracés au dos ne sont qu'incomplètement réservés sur le fond noir de la couche développée.

En comparant les résultats obtenus dans les deux journées d'expériences, on est frappé de ce fait, que l'effet photographique a été beaucoup plus fort le 28 septembre que le 16 août.

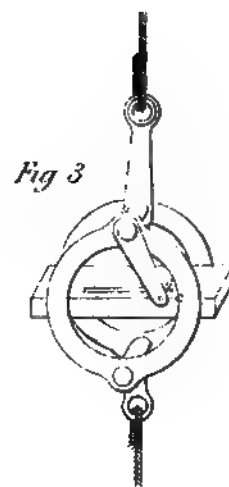
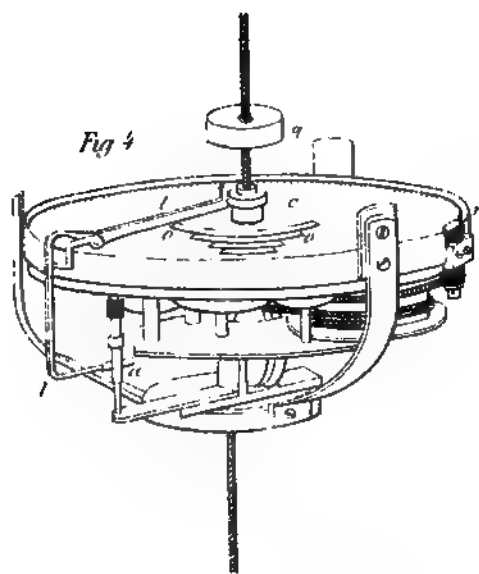
On est donc amené à conclure de ces premiers essais :

1° *Que la lumière du jour pénètre dans les eaux du lac de Genève en septembre à 170^m de profondeur et probablement un peu au delà, qu'à cette profondeur, la force d'éclairage en plein jour est à peu près comparable à celle que l'on perçoit par une nuit claire sans lune;*

2° *Qu'à 120^m l'action de la lumière transmise est encore très forte;*

3° *Qu'en septembre, par un temps couvert, la lumière pénètre en plus grande abondance et plus profondément dans l'eau qu'en août, par un temps absolument beau.*

Des expériences ultérieures devaient nous apprendre si cette diffé-



*Appareils
pour l'étude de la pénétration
de la lumière dans les eaux
des lacs et des mers
par MM H Fol et E. Sarasin.*



TABLE ALPHABÉTIQUE

DES AUTEURS

ET DES MATIÈRES CONTENUES DANS LE VINGT-NEUVIÈME VOLUME

A	
ACHARD, Arthur. Rapport du Président pour l'année 1885.....	XXXVII
Anomalies de la fleur du Rumex scutatus, par M. le Dr Silvio Calloni.....	N° 5
B	
Bulletin bibliographique pour l'année 1884.....	XVII
Id. pour les années 1885-1886.....	LXVII
C	
CALLONI, Silvio. Anomalies de la fleur du Rumex scutatus.....	N° 5
DE CANDOLLE, C. Sur une monstruosité du Cyclamen Neapolitanum.....	N° 7
Catalogue raisonné des Échinodermes recueillis à l'Ile Maurice par M. de Robillard, par M. P. de Loriol.....	N° 4
CELLÉRIER, Ch., professeur. Note sur la théorie des halos.....	N° 9
CELLÉRIER, Gust. Étude des concours de compensation des chronomètres....	N° 6
CHAIX, Paul. Rapport du Président pour l'année 1884.....	I
Chronomètres. Étude numérique des concours de compensation des chronomètres, par M. Gust. Cellérier.....	N° 6
Comète. La première comète périodique de Tempel. Etude par M. R. Gautier.	N° 12
Couleur de l'eau. Note sur la couleur de l'eau, par M. J.-L. Soret.....	N° 10
Cyclamen neapolitanum. Sur une monstruosité du Cyclamen neapolitanum, par M. C. de Candolle.....	N° 7
D	
DUNANT, P.-L. et H. Fol. Recherches sur le nombre des germes vivants que contiennent quelques eaux de Genève.....	N° 3
E	
Échinodermes. Catalogue raisonné des Échinodermes recueillis par M. de Robillard à l'Ile Maurice, par M. P. de Loriol.....	N° 4
F	
FOL, H. et Dunant. Recherches sur le nombre des germes vivants que renferment quelques eaux de Genève.....	N° 3
FOL, H. et Sarasin. Pénétration de la lumière du jour dans les eaux.....	N° 13
G	
GAUTIER, R. Étude de la première comète de Tempel.....	N° 12
Germes. Recherches sur le nombre de germes vivants que renferment quelques eaux de Genève.....	N° 3
Graphideæ feeanae, auctore Dr J. Muller.....	N° 8

H	
Halos. Note sur la théorie des halos, par M. Ch. Cellérier.....	Pages N° 9
L	
Léman. Recherches sur la transparence des eaux du Léman, faites par une réunion de membres de la Société de Physique.....	N° 11
DE LORIOI, P. Catalogue raisonné des Échinodermes recueillis par M. de Ro- billard à l'Ile Maurice.....	N° 4
M	
MARIGNAC, C., professeur. Recherches sur la proportion de matière organique contenue dans l'eau du Rhône.....	N° 2
Maurice, Ile. Catalogue des Échinodermes recueillis par M. de Robillard à l'Ile Maurice, par M. P. de Loriol.....	N° 4
Membres. Tableau des membres de la Société au 1 ^{er} octobre 1885.....	XXIX
Id. Id. au 1 ^{er} janvier 1888.....	LXXXV
MEYER, Wilhelm. Le système de Saturne.....	N° 1
Monstruosité. Sur une monstruosité du <i>Cyclamen neapolitanum</i> , par M. C. de Candolle.....	N° 7
MULLER, Dr, J. Graphideæ fecanæ.....	N° 8
P	
Pénétration de la lumière du jour dans les eaux, par MM. H. Fol et E. Sarasin.	N° 13
PREVOST, Dr, J.-L. Rapport du Président pour l'année 1886.....	XXXV
R	
Rapport du Président pour l'année 1884.....	I
» pour l'année 1885.....	XXIX
» pour l'année 1886.....	XXXV
Rhône. Recherches sur la proportion de matière organique contenue dans l'eau du Rhône, par M. C. Marignac.....	N° 2
Rumex scutatus. Anomalies de la fleur du <i>Rumex scutatus</i> , par M. le Dr S. Calloni.....	N° 5
S	
SARASIN, Ed. et Fol. Pénétration de la lumière du jour dans les eaux.....	N° 13
Saturne. Le système de Saturne, par M. W. Meyer.....	N° 1
SORET, J.-L., professeur. Note sur la couleur de l'eau.....	N° 10
Stellérides. Échinodermes de l'Ile Maurice, par M. P. de Loriol.....	N° 4
T	
Tableau des membres de la Société au 1 ^{er} octobre 1885.....	XXIX
Id. Id. au 1 ^{er} janvier 1888.....	LXXXV
TEMPEL, comète de. Étude de la première comète de Tempel, par M. R. Gautier.....	N° 12



TABLE DES MATIÈRES

CONTENUES DANS LA SECONDE PARTIE

DU TOME VINGT-NEUVIÈME

Rapport du Président de la Société pour l'année 1885, par M. A. Achard . . .	P. 120 XXXVII
Rapport du Président de la Société pour l'année 1886, par M. J.-L. Prevost . .	XXXV
Bulletin bibliographique. Liste des ouvrages reçus par la Société pendant les années 1885 et 1886	LXVII
Tableau des membres de la Société au 1 ^{er} janvier 1888	LXXXV

	Nombre de pages	Nombre de planches
5. Anomalies de la fleur du <i>Rumex scutatus</i> , Linné, avec notes sur l'évolution florale, l'anthotaxie et la nature axile de l'ovule dans les <i>Rumex</i> , par M. le Dr Silvio Calloni	23	3
6. Etude numérique des concours de compensation de chronomètres, faits à l'Observatoire de Genève en 1884 et 1886, par M. Gustave Cellérier	15	—
7. Sur une monstruosité du <i>Cyclamen neapolitanum</i> , par M. C. de Candolle	7	1
8. <i>Graphideae fecundae</i> , incl. trib. affinis nec non <i>Graphideae exoticae</i> Acharii, El. Friesii et Zenkeri, e novo studio specimenum originalium expositae et in novam dispositionem ordinatae, auctore Dr J. Müller	80	—
9. Note sur la théorie des halos, par M. Ch. Cellérier	73	—
10. Sur la couleur de l'eau, par M. J.-L. Soret	18	—
11. Recherches sur la transparence des eaux du lac Léman, faites en 1884, 1885 et 1886, par une réunion de membres de la Société de physique, rapport rédigé au nom de la Commission par M. Albert Billiet	26	—
12. La première Comète périodique de Tempel, 1867 II, étude consacrée spécialement aux apparitions de 1873 et de 1879, par M. Raoul Gautier	110	—
13. Pénétration de la lumière du jour dans les eaux du lac de Genève et dans celles de la Méditerranée, par MM. Hermann Foh et Ed. Sarasin	1	—



